

## IONIZATION ENERGY LOSS OF CHARGED PARTICLES

S. P. DENISOV

*The kinematics of elastic scattering and the dynamics of the Coulomb interaction are considered. Obtained results are used to derive the Rutherford Formula and a relation for the density of ionization energy loss in small angle approximation. The dependence of ionization energy loss on particle energy is discussed.*

**Рассмотрены релятивистская кинематика упругого рассеяния и динамика кулоновского взаимодействия. Полученные результаты использованы для вывода формулы Резерфорда и соотношения для плотности ионизационных потерь энергии заряженных частиц в приближении малых углов. Обсуждена зависимость ионизационных потерь энергии от энергии частицы.**

## ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

С. П. ДЕНИСОВ

Московский государственный университет  
им. М.В. Ломоносова

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Проходя через вещество, заряженная частица за счет кулоновского взаимодействия упруго рассеивается на электронах и ядрах атомов, передавая им часть своей энергии, которая расходуется в основном на ионизацию атомов. Поэтому такой процесс носит название ионизационных потерь энергии. Ионизационные потери энергии заряженных частиц играют исключительно важную роль в науке и технике. Практически вся энергия частиц, движущихся в некоторой среде, тратится на ионизацию и возбуждение атомов этой среды. Величина ионизационных потерь энергии определяет действие ионизирующих излучений на живой организм. Она влияет на выбор материала и размеров биологической защиты на современных ускорителях и реакторах, а также при работе с рентгеновским излучением и радиоактивными источниками. Ионизационные потери энергии приходится тщательно учитывать при проведении научных исследований в микромире. Принцип действия большинства детекторов частиц как низких, так и высоких энергий основан на регистрации образованного ими ионизационного заряда. Теоретическими проблемами, связанными с ионизационными потерями энергии, занимались выдающиеся ученые Л.Д. Ландау, Н. Бор, Х. Бете, Ф. Блох, Э. Ферми.

Несмотря на очевидную важность явления, в учебниках по физике оно рассматривается обычно качественно и не всегда корректно. Вместе с тем получить достаточно точные количественные соотношения для расчета ионизационных потерь энергии не так уж сложно: достаточно знать закон Кулона и уметь пользоваться законами сохранения энергии и импульса в релятивистской форме и соотношениями неопределенности Гейзенберга. Ниже приведен вывод формулы для плотности ионизационных потерь энергии  $dE/dx$ , доступный для понимания ученику средней школы. При этом упор сделан на разъяснение физической сути рассматриваемых явлений. Соучастие читателя в процессе получения формул для  $dE/dx$  позволит ему глубже понять некоторые фундаментальные физические закономерности.

Чтобы вывести формулу для плотности ионизационных потерь энергии, необходимо сначала получить некоторые кинематические соотношения для упругого столкновения двух частиц и рассмотреть динамику кулоновского рассеяния.

## 2. КИНЕМАТИКА УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ

Кинематика, используя законы сохранения, связывает кинематические переменные частиц до и после взаимодействия. При этом совершенно неважен закон, по которому взаимодействуют частицы. Напомним, что при упругом рассеянии новые частицы не образуются и внутреннее состояние сталкивающихся частиц не меняется.

Пусть частица с массой  $M$ , скоростью  $v$ , импульсом  $p$  и энергией  $E = \sqrt{(pc)^2 + (Mc^2)^2}$  ( $c$  – скорость света) налетает на неподвижную частицу с массой  $m$ . Обозначим полную энергию и импульс налетающей частицы после рассеяния на угол  $\theta$  через  $E'$  и  $p'$  и кинетическую энергию, импульс и угол рассеяния первоначально покоящейся частицы через  $T$ ,  $p_0$ ,  $\theta_0$ .

Тогда законы сохранения импульса  $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_0$  (рис. 1) и энергии можно записать в виде

$$\begin{aligned} E &= E' + T, \\ p &= p' \cos \theta + p_0 \cos \theta_0, \\ 0 &= p' \sin \theta - p_0 \sin \theta_0, \\ E' &= \sqrt{(p'c)^2 + (Mc^2)^2}, \\ T &= \sqrt{(p_0c)^2 + (mc^2)^2} - mc^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Пять уравнений (1) содержат шесть неизвестных величин:  $E'$ ,  $T$ ,  $p'$ ,  $p_0$ ,  $\theta$ ,  $\theta_0$ . Решая систему (1), можно исключить любые четыре из них и установить связь между оставшимися двумя. Например, кинетическая

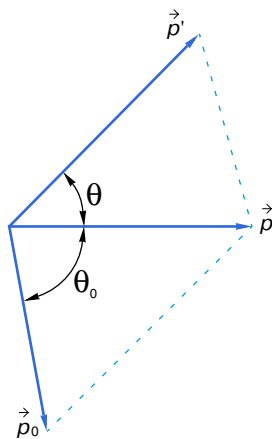


Рис. 1. Диаграмма сложения импульсов при рассеянии частиц

кая энергия  $T$  частицы  $m$  следующим образом зависит от угла ее рассеяния  $\theta_0$ :

$$T = \frac{2(pc)^2 mc^2 \cos^2 \theta_0}{(E + mc^2)^2 - (pc)^2 \cos \theta_0}. \quad (2)$$

Предоставляем читателю самому получить соотношения, связывающие  $T$  и  $\theta_0$  с  $\theta$ . Если возникнут трудности, рекомендуем обратиться к монографии [1].

Анализируя решения системы (1), нетрудно сделать следующие очевидные выводы:

- при  $\theta \rightarrow 0$   $p' \approx p$ ,  $\theta_0 \rightarrow \pi/2$  и  $T, p_0 \rightarrow 0$ , то есть при малых углах рассеяния  $\theta$  (скользящий удар), неподвижной частице передается малый импульс ( $p_0 \ll p$ ) в направлении, почти перпендикулярном траектории налетающей частицы, а импульс и, следовательно, скорость  $v$  налетающей частицы практически не меняются; заметим, что  $\theta_0 = \pi/2$  есть максимальный угол рассеяния частицы  $m$ ;

- кинетическая энергия частицы  $m$ , как следует из (2), достигает максимального значения при  $\theta_0 = 0$ , то есть при лобовом столкновении:

$$T_{\max} = \frac{2\beta^2 \gamma^2 mc^2}{1 + 2\gamma \frac{m}{M} + \left(\frac{m}{M}\right)^2}, \quad (3)$$

где  $\beta = v/c$  и  $\gamma = E/M$  – лоренц-фактор частицы.

Рассмотрим несколько частных случаев формулы (3) для рассеяния тяжелой частицы на легкой ( $M \gg m$ ). В нерелятивистском пределе ( $\beta\gamma \ll 1$ )  $T_{\max} = 2p^2 m/M^2 = 4E(m/M)^2$ , то есть нерелятивистская тяжелая частица может передать покоящейся легкой только малую долю энергии даже при лобовом столкновении.

В релятивистской области ( $\beta\gamma > 1$ ), где тем не менее  $2\gamma m/M \ll 1$ ,  $T_{\max} \approx 2m\beta^2\gamma^2$ . В ультрарелятивистском пределе ( $2\gamma m/M \gg 1$ )  $T_{\max} \approx \gamma M = E$ , то есть вся энергия тяжелой частицы может быть передана легкой. Многим этот результат кажется удивительным, хотя ничего неожиданного в нем нет: при ультрарелятивистских энергиях масса частицы не оказывает заметного влияния на кинематику столкновений.

Еще раз подчеркнем, что полученные выше результаты не зависят от характера взаимодействия. Они справедливы и при рассеянии элементарных частиц, и при соударении бильярдных шаров.

## 3. ДИНАМИКА КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

Пусть частица с массой  $M$ , энергией  $E$ , импульсом  $p$ , скоростью  $v$  и зарядом  $ze$  ( $e$  – заряд электрона) налетает под прицельным параметром  $b$  на неподвижную частицу с массой  $m$  и зарядом  $Ze$  (рис. 2). Прицельный параметр – это минимальное расстояние, на которое сблизилась бы частицы, если бы между ними не было взаимодействия. Найдём связь импульса  $p_0$  и энергии  $T$ , переданных неподвижной частице, с параметром  $b$  для малых углов рассеяния

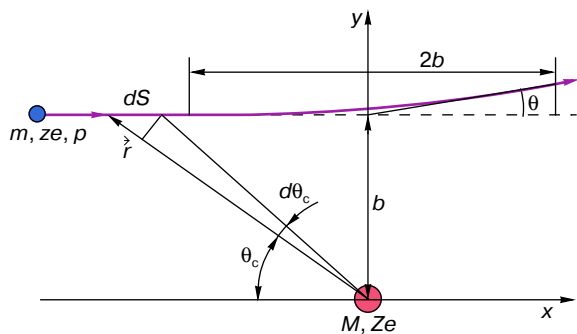


Рис. 2. К расчету переданного импульса  $p_0$  при угле рассеяния на малые углы

$\theta \ll 1$ . Углы  $\theta$  выберем столь малыми, чтобы небольшим искривлением траектории налетающей частицы и смещением частицы  $m$  за время взаимодействия можно было пренебречь, то есть обе эти величины должны быть много меньше значения прицельного параметра. Как будет показано ниже, именно рассеяния на очень малые углы дают определяющий вклад в ионизационные потери энергии. Поэтому введенные выше ограничения не являются существенными для решаемой задачи.

Напомним, что при малых углах рассеяния импульс отдачи  $p_0$  направлен перпендикулярно траектории частицы и, следовательно, по закону сохранения импульса равен поперечному импульсу  $p_t$ , приобретаемому налетающей частицей в направлении  $y$  (рис. 2). Оценим величину  $p_t$ , предположив, что на частицу  $M$  действует максимальная кулоновская сила  $F_M = zZe^2/b^2$ ,  $\vec{F}_M \perp \vec{p}$ , но только на участке траектории  $2b$  в течение времени  $t_M = 2b/v$  (скорость  $v$  при малых углах рассеяния можно считать неизменной). Так как  $p_t = \Delta p_y = F_y \cdot \Delta t_y = F_M \cdot t_M$ , получаем

$$p_t = p_0 = \frac{2zZe^2}{bv}. \quad (4)$$

Оказывается, что точный расчет, связанный с вычислением интеграла  $\int_{-\infty}^{\infty} F_y(t) dt$ , дает такой же результат (рекомендуем читателю проверить это самостоятельно). Время  $t_M$  называют эффективным временем взаимодействия.

Мы получили выражение (4), рассматривая действие кулоновского поля неподвижной частицы на налетающую. Поучительно вычислить  $p_0$ , рассматривая, наоборот, действие поля движущейся частицы на покоящуюся. Если не ограничиваться малыми скоростями  $v \ll c$ , то необходимо учесть, что кулоновское поле релятивистской частицы не является сферически-симметричным – величина на-

пряженности электрического поля  $\mathcal{E}$  в некоторой точке с координатами  $x, y, z$  зависит от угла  $\theta$  между направлением движения частицы и радиус-вектором  $\vec{r}(x, y, z)$  [2]:

$$\mathcal{E} = \frac{ze^2}{r^3} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta_c)^{3/2}}. \quad (5)$$

Из формулы (5) следует, что при релятивистских энергиях ( $\gamma \gg 1$ ) кулоновское поле частицы сильно сплющивается в направлении ее движения ( $\theta_c = 0$  и  $\mathcal{E} = ze/(\gamma^2 r^2)$ ) и вытягивается в поперечном направлении ( $\theta_c = \pi/2$  и  $\mathcal{E} = ze\gamma/r^2$ ).

Из рис. 2 и формулы (5) следует, что за время  $dt = ds/v$  движения частицы  $M$  на отрезке  $ds = r d\theta_c / \sin \theta_c$  ее траектории импульс  $p_0$  увеличится на величину

$$dp_0 = Ze \mathcal{E}_y dt = \frac{zZe^2}{bv} \frac{(1 - \beta^2) \sin \theta_c}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta_c)^{3/2}} d\theta_c.$$

При выводе этой формулы использовались соотношения  $b = r \sin \theta_c$  и  $\mathcal{E}_y = \mathcal{E} \sin \theta_c$ . Интегрирование  $dp_0$  по интервалу  $0 \leq \theta \leq \pi$  приводит, как и должно быть, к выражению (4).

Заметим, что максимальное значение кулоновской силы, действующей на неподвижную частицу,  $F_m = zZe^2\gamma/b^2$ , что в  $\gamma$  раз больше  $F_M$ . Зато эффективное время ее действия в  $\gamma$  раз меньше  $t_M$ :

$$t_m = \frac{p_0}{F_m} = \frac{2b}{v\gamma}. \quad (6)$$

Формулу (6) можно просто получить, если рассмотреть взаимодействие частиц в системе координат, где частица  $M$  покоится, а затем перейти обратно в лабораторную систему. Предоставляем это читателю как самостоятельное упражнение.

Установив связь (4) между импульсом отдачи  $p_0$  и прицельным параметром  $b$ , нетрудно найти зависимость  $T(b)$ . Так как при малых углах рассеяния частице  $m$  передается малый импульс, то ее можно считать нерелятивистской и, следовательно,  $T = p_0^2/(2m)$  или

$$T = \frac{2}{m} \left( \frac{zZe^2}{bv} \right)^2. \quad (7)$$

Оценим область прицельных параметров, в которой частицу  $m$  можно считать неподвижной. Легко видеть, что это условие можно выразить неравенством  $\Delta y = \bar{v}_0 t_m \ll b$ , где  $\Delta y$  – смещение частицы за эффективное время взаимодействия, а  $\bar{v}_0$  – средняя скорость частицы  $m$ , равная  $v_0/2 = p_0/(2m)$ . Используя (4) и (6), окончательно получим  $b \gg b_{\min} = 2zZe^2/(mrv^2)$ . Для практически важного случая рассеяния релятивистской частицы ( $v \approx c$ ) с единичным зарядом на электроне  $b_{\min} = 2r_e/\gamma$ , где  $r_e = e^2/(m_e c^2) = 2,818 \cdot 10^{-13}$  см – классический радиус электрона. Так как угол рассеяния связан с  $p_t$

очевидным соотношением  $\theta = p_t/p$  ( $p_t \ll p$ ) и  $p = Mv\gamma$ , то требование неподвижности частицы  $m$  накладывает на угол рассеяния ограничение:  $\theta \ll \theta_{\max} = 2zZe^2/b_{\min}p\nu = m/M$ .

#### 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

Пусть частица с массой  $M$ , энергией  $E$  и зарядом  $ze$  проходит слой вещества  $dx$  настолько тонкий, что потерями энергии  $dE$  в нем можно пренебречь, то есть  $dE \ll E$ . Найдём число  $dN$  столкновений частицы с передачей в каждом из них энергии от  $T$  до  $T + dT$ . Очевидно, оно равно числу рассеивающих центров, имеющих прицельный параметр в интервале от  $b$  до  $b + db$  относительно траектории частицы, то есть находящихся в цилиндрическом слое с радиусом  $b$  и толщиной  $|db|$ , осью которого является траектория частицы (рис. 3):

$$dN = 2\pi b|db|n_0 dx, \quad (8)$$

где  $n_0$  — число рассеивающих центров в  $1 \text{ см}^3$ . Прицельный параметр  $b$  определяется из формулы (7):  $b = \sqrt{2}zZe^2/\nu\sqrt{mT}$ . Дифференцируя это соотношение, найдём  $|db|$  и, подставив выражения для  $b$  и  $|db|$  в формулу (8), получим

$$dN = \frac{2\pi}{m} \left( \frac{zZe^2}{\nu T} \right)^2 dT n_0 dx. \quad (9)$$

Сделаем важное отступление. Число рассеяний с передачей энергии в единичный интервал  $T$  при одном рассеивающем центре на  $1 \text{ см}^2$ , то есть при

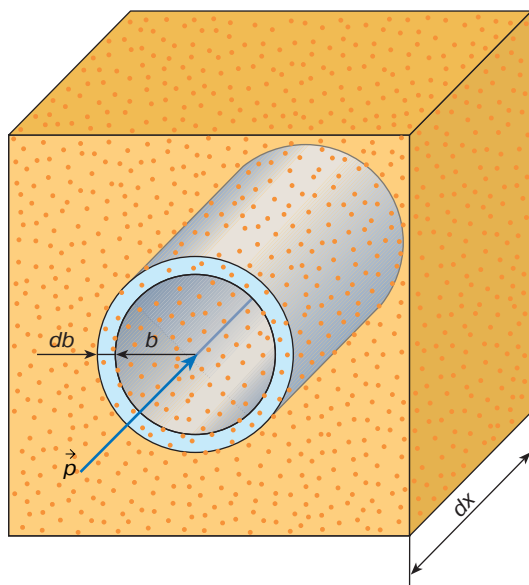


Рис. 3. К расчету числа рассеивающих центров с прицельным параметром в интервале от  $b$  до  $b + db$

$n_0 dx = 1$ , носит название дифференциального сечения взаимодействия и обозначается  $d\sigma/dT$ :

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{dN}{dT} (n_0 dx = 1) = \frac{2\pi}{m} \left( \frac{zZe^2}{\nu T} \right)^2. \quad (10)$$

Дифференциальное сечение является важнейшей характеристикой взаимодействия элементарных частиц.

Выражение (10) было получено в рамках классической механики в приближении малых углов рассеяния или, что то же самое, в приближении малых значений переданной энергии  $T$ . Интересно сравнить (10) с более точной формулой, полученной методами квантовой электродинамики для рассеяния  $\mu$ -мезона на электроне ( $z = Z = 1$ ) и справедливой во всей области углов рассеяния:

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{2\pi}{m_e} \left( \frac{e^2}{\nu T} \right)^2 \left( 1 - \beta^2 \frac{T}{T_{\max}} + \frac{T^2}{2E^2} \right), \quad (11)$$

где  $m_e$  — масса электрона. Видно, что при  $T \ll T_{\max}$  формула (11) переходит в (10), то есть при малых переданных энергиях классическое и квантовое описание кулоновского рассеяния дают одинаковый результат.

Так как  $\theta = p_0/p$  и  $T = p_0^2/(2m)$ , то  $T = p^2\theta^2/(2m)$ . Определив из этой формулы  $dT$  и подставив  $dT$  и  $T$  в (10), найдём

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = 2\pi \left( \frac{2zZe^2}{p\nu} \right)^2 \frac{1}{\theta^3}. \quad (12)$$

Это соотношение представляет знаменитую формулу Резерфорда для области малых углов. Из формул (9)–(12) следует, что в большинстве случаев частица действительно рассеивается на малый угол с малой потерей энергии. Это оправдывает введенные в разделе 3 ограничения.

Приведенные выше выражения для дифференциальных сечений, включая формулу (11), справедливы для точечных зарядов. Учет размера зарядов приводит к увеличению числа рассеяний на большие углы (или с большими передачами энергии). В 1913 году, проводя свои известные опыты по рассеянию  $\alpha$ -частиц на золотой фольге, Э. Резерфорд заметил, что рассеяние на большие углы происходит значительно чаще, чем это следовало из его формулы для точечных зарядов. Анализируя зависимость частоты рассеяния от угла, Резерфорд сделал выдающееся открытие: почти вся масса атома сосредоточена в ядре, имеющем размер много меньше размера атома. Этот результат послужил основой для создания Н. Бором современной планетарной модели атома с расположенным в центре малым тяжелым ядром и вращающимися вокруг него электронами. Примерно через 40 лет после опытов Резерфорда известный американский физик Р. Хофштадтер в опытах по кулоновскому рассеянию электронов высоких энергий в мишенях из разных элементов точно



измерил распределение заряда в ядрах. За свои исследования Э. Резерфорд и Р. Хофштадтер получили Нобелевские премии. В начале 70-х годов группа российских и американских физиков провела на ускорителе Института физики высоких энергий в Протвино эксперимент по изучению кулоновского рассеяния  $\pi^-$ -мезонов с энергией 40 млрд электрон-вольт на электронах ( $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$  – энергия, приобретаемая электроном при прохождении разности потенциалов 1 В). В результате впервые был определен радиус нестабильной частицы  $\pi^-$ -мезона. Он оказался равным  $\sim 10^{-13} \text{ см}$ . Но, например, размеры электрона и  $\mu$ -мезона до сих пор неизмерены: во всех проведенных до настоящего времени экспериментах они ведут себя как точечные частицы. Определение их структуры – одна из важнейших задач физики высоких энергий.

## 5. ПЛОТНОСТЬ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ

Вернемся к расчету плотности ионизационных потерь энергии. Из формулы (9) следует, что потери энергии частицы в слое  $dx$  при рассеянии с переданной энергией в интервале от  $T_0$  до  $T_0 + dT$  составляют

$$TdN = \frac{2\pi(zZe^2)^2 dT}{m v} n_0 dx.$$

Чтобы найти полную энергию  $T_0$ , приобретенную рассеивающими центрами, необходимо проинтегрировать это выражение в пределах от  $T_{\min}$  до  $T_{\max}$ :

$$T_0 = \frac{2\pi(zZe^2)^2}{m v} n_0 dx \ln \frac{T_{\max}}{T_{\min}}.$$

Так как в силу закона сохранения энергии  $T_0 = -dE$ , где  $dE$  – потери энергии частицы в слое  $dx$ , то для плотности потерь энергии получим

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi(zZe^2)^2}{m v} n_0 \ln \frac{T_{\max}}{T_{\min}}. \quad (13)$$

Проходя через вещество, частица теряет энергию при рассеянии на электронах и ядрах. Сравним плотности этих потерь. Так как для электрона  $Z=1$  и  $n_0 = Zn$ , где  $n$  – число атомов в  $1 \text{ см}^3$ , а для ядер  $m \approx Am_n$ , где  $A$  – атомный вес вещества и  $m_n$  – масса нуклона, то  $dE_e/dE_n \approx Am_n/(Zm_e)$ . Поскольку для большинства веществ  $A/Z \approx 2$  и  $m_n/m_e \approx 2 \cdot 10^3$ , то указанное отношение близко к  $4 \cdot 10^3$ . То есть потери энергии частицы за счет рассеяния на электронах в 4000 раз больше, чем на ядрах. Поэтому в дальнейшем рассеяние на ядрах учитываться не будет, и формулу (13) можно переписать в виде

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi(zZe^2)^2}{m_e v} Zn \ln \frac{T_{\max}}{T_{\min}}. \quad (14)$$

Для  $T_{\max}$  можно использовать формулу (3) или одно из ее предельных выражений. Чтобы можно было пользоваться соотношением (14) для расчетов, ос-

талось оценить  $T_{\min}$ . Согласно правилам квантовой механики, электрону в атоме нельзя передать любую энергию: она должна превышать энергию, необходимую для возбуждения или ионизации атома. Обозначим среднее значение этой энергии для данного атома через  $I$ . На первый взгляд кажется, что в качестве оценки  $T_{\min}$  можно использовать величину  $I$ . Однако это неправильно. Дело в том, что, согласно квантовой механике, величина переданной электрону энергии не может быть определена точнее значения  $\Delta T$ , следующего из соотношения Гейзенберга  $\Delta T \geq \hbar/\Delta t$ , где  $\hbar$  – постоянная Планка и  $\Delta t$  – время взаимодействия. Выберем в качестве оценки  $\Delta t$  эффективное время взаимодействия  $t_m$  (6) и положим  $\Delta T_{\min} = \hbar/t_m = \hbar v \cdot \gamma/(2b_{\max}) = I$ , где  $b_{\max}$  – максимальное значение прицельного параметра, при котором электрону еще может быть передана энергия, достаточная для возбуждения или ионизации атома. Но ограничение области прицельных параметров, согласно другому соотношению Гейзенберга  $\Delta p_y \cdot \Delta y \geq \hbar$ , приводит к неопределенности поперечного импульса  $\Delta p_0 \geq \hbar/(2b_{\max}) \approx I/(v\gamma)$ . Положим  $\Delta p_{0\min} = I/(v\gamma) = p_{0\min}$ . Тогда для  $T_{\min}$  получим оценку  $T_{\min} = p_{0\min}^2/(2m_e) = I^2/(2m_e v^2 \gamma^2)$ . Понимание этой части лекции может вызвать наибольшие трудности и потребовать значительного времени. Но если читателю это удалось, то, значит, он усвоил суть соотношений неопределенности Гейзенберга и научился применять их для решения конкретных задач.

Подставив значение для  $T_{\min}$  в формулу (14) и заменив  $v$  на  $\beta = v/c$ , получим

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi r_e^2 \cdot m_e c^2 \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \cdot Zn \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2}, \quad (15)$$

где  $r_e = e^2/(m_e c^2)$  – введенный выше классический радиус электрона. При расчете ионизационных потерь энергии путь частицы обычно измеряют не в сантиметрах, а в граммах на квадратный сантиметр ( $\text{г/см}^2$ ). Чтобы получить плотность ионизационных потерь энергии в этих единицах, следует правую и левую части уравнения (15) поделить на плотность вещества  $\rho$ . Так как  $n = N_A \rho/A$  ( $N_A$  – число Авогадро), то (16) можно представить в виде

$$\frac{dE}{\rho dx} = K \frac{z^2 Z}{\beta^2 2A} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2}, \quad (16)$$

$$K = 4\pi r_e^2 \cdot m_e c^2 \cdot N_A = 0,307 \text{ МэВ/}(\text{г/см}^2).$$

Средний ионизационный потенциал  $I$  определяется экспериментально. Для элементов тяжелее кислорода его можно оценить по формуле  $(10 \pm 1) \cdot Z \text{ эВ}$ . Так как для большинства элементов  $Z/A = 1/2$ , то плотность ионизационных потерь энергии в виде (16) слабо зависит от типа вещества. В этом состоит смысл измерения пробега частицы в  $\text{г/см}^2$ .

Несколько более точное выражение для плотности ионизационных потерь, которое широко используется в настоящее время, дается формулой Бете–Блоха:

$$-\frac{dE}{\rho dx} = K \frac{z^2 Z}{\beta^2 A} \left( \frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right). \quad (17)$$

От (16) эта формула отличается членами  $\beta^2$  и  $\delta/2$ . Член  $\beta^2$  учитывает случаи рассеяния релятивистской частицы с большими передачами энергии (см. (11)). Легко оценить, что характерное значение логарифма в (17) равно 30. Поэтому поправка, связанная с членом  $\beta^2$ , не превышает 10–15%.

Член  $\delta/2$  существует в области ультрарелятивистских энергий. При  $\gamma \gg 1$  максимальная величина параметра  $b_{\max} = \hbar c \gamma / (2I) \approx (\gamma / I [\text{эВ}]) \cdot 10^{-5}$  см (см. выше) может стать значительно больше расстояния между атомами вещества. В этом случае из-за поляризации среды поле частицы на расстояниях  $\sim b_{\max}$  будет заметно меньше кулоновского и увеличение  $b_{\max}$  с ростом энергии частицы прекратится. Этот эффект зависит от плотности среды и часто называется эффектом плотности. Количественно он учитывается поправкой  $\delta/2$ . При  $\gamma \gg 1$   $\delta = 2 \ln(\beta \gamma \times \hbar \omega_p / I) - 1$ , где  $\hbar \omega_p = 28,8 \sqrt{\rho Z/A}$  эВ – плазменная энергия вещества ( $\rho$  в г/см<sup>3</sup>).

Сделаем два замечания. Первое касается условия неподвижности рассеивающего центра, то есть электрона. Очевидно, что помимо ограничений на область углов рассеяния и диапазон прицельных параметров, рассмотренных в разделе 3, должно выполняться неравенство  $v > \bar{v}_a$ , то есть скорость частицы должна превышать среднюю скорость электронов в атоме  $\bar{v}_a \sim Z\alpha c$ , где  $\alpha = e^2/(\hbar c) \approx 1/137$  – постоянная тонкой структуры. Другое замечание касается прохождения частиц через вещества со смесью атомов с различными  $A$  и  $Z$ . В этом случае для вычисления плотности ионизационных потерь обычно пользуются правилом Брегга:  $(-dE/\rho dx) = \sum_j w_j (-dE/\rho dx)_j$ , где  $w_j = \rho_j/\rho$  – отношение плотности  $j$ -го элемента в сложном веществе к плотности  $j$ -го элемента, а  $(-dE/\rho dx)_j$  – плотность ионизационных потерь в среде, состоящей из  $j$ -го элемента.

## 6. ЗАВИСИМОСТЬ ПЛОТНОСТИ ИОНИЗАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ ОТ ЭНЕРГИИ ЧАСТИЦЫ

Результаты расчета зависимости плотности ионизационных потерь от энергии по формуле (17) показаны на рис. 4. Быстрый рост ионизационных потерь с уменьшением энергии в нерелятивистской области  $\beta \gamma < 1$  физически связан с ростом переданного импульса  $p_0$  за счет увеличения эффективного

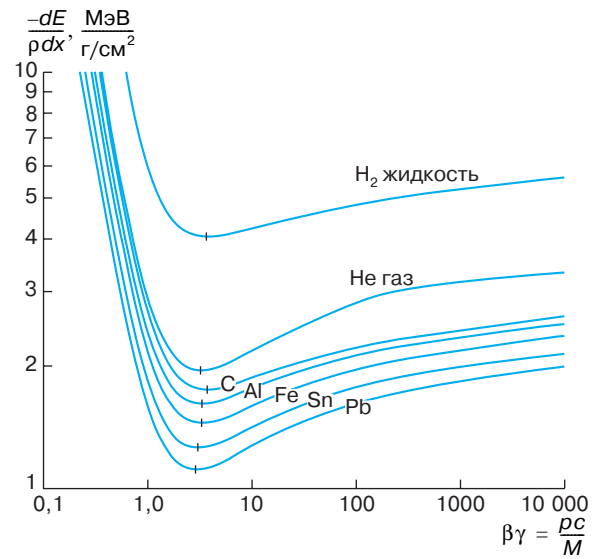


Рис. 4. Зависимость плотности ионизационных потерь энергии от величины  $\beta\gamma = pc/M$ , где  $p$  – импульс и  $M$  – масса частицы. Рисунок заимствован из работы [3]

времени взаимодействия  $t_m$  (6) при уменьшении скорости частицы. Рост ионизационных потерь в релятивистской области  $\beta \approx c$  происходит  $\sim \ln \gamma^2$  за счет расширения области прицельных параметров ( $b_{\max} \sim \gamma$ ) и увеличения  $T_{\max} \sim \gamma^2$  (см. раздел 2). Наконец, в ультрарелятивистской ( $\gamma \gg 1$ ) области энергий величина  $b_{\max}$  ограничивается эффектом плотности и логарифмический рост ионизационных потерь энергии определяется только величиной  $T_{\max} \approx E$ .

Как видно из рис. 4, плотность ионизационных потерь энергии минимальна при значениях  $\beta\gamma$  от 3 до 4. Минимальные значения  $(-dE/\rho dx)$  для разных сред находятся в диапазоне от 1 до 2 МэВ/(г·см<sup>2</sup>), 1 МэВ = 10<sup>6</sup> эВ. Исключение составляет водород, для которого  $(-dE/\rho dx)_{\min} \approx 4$  МэВ/(г·см<sup>2</sup>). Связано это с тем, что для водорода  $Z/A = 1$ , а не 1/2, как для большинства элементов. Значения  $(-dE/\rho dx)_{\min}$  для разных веществ можно найти в работе [3].

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ограниченный размер статьи не позволил охватить важные вопросы, связанные с ионизационными потерями энергии. К ним относятся прежде всего прохождение заряженных частиц через кристаллы под малыми углами по отношению к оси кристалла. Наш вывод формулы для  $(-dE/\rho dx)$ , основанный на случайном расположении рассеивающих центров относительно траектории частицы (рис. 3), для этого случая не подходит, и величина ионизационных потерь энергии может отличаться от рассчитанной по формуле Бете–Блоха. В частности, при захвате частицы в режим каналирования, то есть при ее движении между кристаллическими плоскостями,

ионизационные потери оказываются примерно вдвое меньше, чем в аморфном веществе.

Другим важным вопросом являются флуктуации ионизационных потерь энергии. Процесс столкновения частиц с передачей данной энергии является случайным. Поэтому если в среду попадает поток моноэнергетических частиц, то после прохождения среды энергии частиц будут различны. Оказывается, что для релятивистских частиц распределение по энергиям будет не гауссовым, а значительно более широким и асимметричным, близким к так называемому распределению Ландау. Связано это с возможностью передачи значительной энергии электрону в одном столкновении (см. раздел 2). Флуктуации ионизационных потерь оказывают существенное влияние на работу и характеристики ионизационных детекторов частиц.

Интересной самостоятельной проблемой является прохождение медленных ( $v < \bar{v}_a$ ) многозарядных ионов через вещество. Полученные выше формулы неприменимы в этом случае.

Зависимость плотности ионизационных потерь от энергии частицы можно использовать для расчета ее пробега в веществе. Знание этой величины является важным для расчетов биологической защиты источников излучения и применения пучков частиц в медицине.

Тем из читателей, кто захочет получить больше информации об ионизационных потерях энергии и

ионизационных детекторах частиц, рекомендуем обратиться к монографии [4].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гольданский В.И., Никитин Ю.П., Розенталь И.Л. Кинематические методы в физике высоких энергий. М.: Наука, 1987. С. 85–92.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: ГИФМЛ, 1960. С. 116.
3. Barnett R.M. et al. Review of Particle Physics // Phys. Rev. D. 1966. Vol. 54, № 1. P. 72, 132.
4. Будагов Ю.А., Мерзон Г.И., Ситар Б., Чечин В.А. Ионизационные измерения в физике высоких энергий. М.: Энергоатомиздат, 1988.

\* \* \*

Сергей Петрович Денисов, профессор кафедры физики элементарных частиц физического факультета МГУ, начальник отдела нейтринной физики Института физики высоких энергий, член-корреспондент РАН. Участник открытий масштабной инвариантности в рождении адронов, роста полных сечений адронных взаимодействий, антигелия-3 и  $t$ -кварка. Лауреат Ленинской премии. Соавтор более 200 публикаций.