

COMPUTER OPTICS
Part 1. Diffractive
optical elements

V. A. SOIFER

The fundamentals of designing Diffractive Optical Elements (DOEs) with wide functional capabilities are described. Various approaches and techniques for obtaining zone plates with complex microrelief are set forth. The equations that describe the boundaries and profile of the zones are discussed. Illustrated examples of planar, spherical and cylindrical lenses, a planar prism and reflecting focusators are considered.

Излагаются основы создания дифракционных оптических элементов (ДОЭ) с широкими функциональными возможностями. Обсуждаются пути и методы получения зонированных пластинок со сложным профилем зон. Анализируются уравнения границ и профиля зон. В качестве примеров рассматриваются плоские сферические и цилиндрические линзы, плоская призма, отражающие фокусаторы.

© Сойфер В.А., 1999

КОМПЬЮТЕРНАЯ ОПТИКА

Часть 1. Дифракционные оптические элементы

В. А. СОЙФЕР

Самарский государственный аэрокосмический университет
им. С.П. Королева

ВВЕДЕНИЕ

Предметом рассмотрения этой статьи является новая область знаний, терминология в которой еще до конца не установилась. Разные авторы используют различные названия: “компьютерная оптика”, “оптика, синтезированная компьютером”, “бинарная оптика”, “плоская оптика”, “дифракционная оптика” и т.д. В любом случае речь идет об оптических элементах, различные отличительные особенности которых раскрываются перечисленными названиями.

Внешне такой оптический элемент представляет собой пропускающую или отражающую пластинку с тонким фазовым микрорельефом, рассчитанным в рамках теории дифракции. Первым представителем этого класса оптических элементов является дифракционная решетка, созданная более 200 лет тому назад, задолго до появления компьютеров. Следующим по хронологии представителем указанного класса оптических элементов является зонная пластинка. Эти дифракционные оптические элементы (ДОЭ) имели бинарное амплитудное или фазовое пропускание. Если дифракционные решетки нашли широкое применение в приборостроении, то зонные пластины в основном использовались в учебном лабораторном практикуме по оптике для иллюстрации положений теории дифракции.

Настоящую революцию в создании ДОЭ произвело применение компьютеров. Причем вначале, в 70-х годах, компьютеры стали применять для синтеза голограмм математически заданных объектов. При этом была решена ключевая проблема кодирования – запись на физическую среду комплекснозначных функций и получение соответствующих амплитудно-фазовых транспарантов. Это послужило толчком к компьютерному синтезу бинарных амплитудно-фазовых и фазовых пространственных фильтров, для записи которых на физическую среду применялись графопостроители, а затем и фотопостроители. В результате прогресса в области микроэлектроники и лазерной техники, который привел к появлению в конце 80-х годов прецизионных фотопостроителей и электронных литографов, практически реализовалась задача создания дифракционных оптических элементов со сложным профилем зон. Возникло широкое поле деятельности для физиков,

оптиков, специалистов в областях прикладной математики и электроники, технологов, специалистов по автоматизации. Появились ДОО с уникальными характеристиками, недостижимыми в рамках традиционной оптики, например фокусаторы лазерного излучения.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЗОНИРОВАННЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Амплитудная одномерная (1D) дифракционная решетка представляет собой плоский транспарант, на котором чередуются светлые и темные параллельные полосы (штрихи и щели). Полоски имеют одинаковую ширину. Если осветить такую решетку монохроматическим пучком света с длиной волны λ , падающим нормально к плоскости решетки, то в результате дифракции света на периодической структуре щелей будет образовано множество пучков света, выходящих под различными углами α^p и соответствующих различным порядкам дифракции. Угол α^p зависит от периода решетки и в предположении малости углов определяется по формуле

$$\alpha^p = p \frac{\lambda}{T}, \quad p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (1)$$

T – период решетки. Интенсивность света убывает с ростом абсолютной величины p . Как следует из теории дифракционных решеток, при равной ширине штриха и щели характер убывания определяется формулой

$$I(\alpha^p) \sim \left(\frac{\sin(\alpha \alpha^p)}{\alpha \alpha^p} \right)^2 \approx \frac{1}{(2p + 1)^2}. \quad (2)$$

Из-за того что значительная часть света поглощается амплитудным транспарантом, дифракционная эффективность в первом порядке не превышает 10%. У одномерной фазовой дифракционной решетки этот показатель приблизительно в 4 раза выше.

Функция пропускания в данном случае является чисто фазовой, периодической с периодом T , аргумент которой скачкообразно меняется на π . Функционально фазовая и амплитудная дифракционные решетки одинаковы.

Естественным развитием одномерных бинарных амплитудных и фазовых дифракционных решеток являются соответствующие двумерные (2D) радиально-симметричные решетки (зонные пластинки). На рис. 1 показан центральный фрагмент зонной пластинки Рэлея–Сорэ.

Поясним понятие зоны. **Зона** – это ограниченная область ДОО, на которой функция пропускания света претерпевает однократное изменение от минимального до максимального значения. Для амплитудной дифракционной решетки зона представляет собой сочетание темной и светлой полос в пределах одного периода решетки. Граница зон при этом прямая линия. Для зонной пластинки Рэлея–

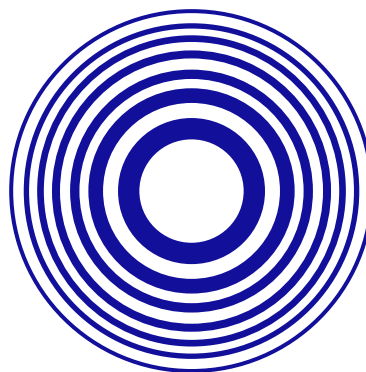


Рис. 1. Центральный фрагмент зонной пластинки Рэлея–Сорэ

Сорэ зона представляет собой совокупность темного и светлого колец переменной толщины (рис. 1). Граница зон при этом окружность переменного диаметра.

Радиусы окружности меняются пропорционально квадратным корням из последовательных целых чисел p :

$$\rho_p = \sqrt{p \lambda f}, \quad (3)$$

где f – фокусное расстояние.

Фрагмент 2D фазовой зонной пластинки изображен на рис. 2.

Зонная пластинка выполняет функцию фокусировки света и ведет себя как линза с множеством фокусов $f_{-2}, f_{-1}, f_0, f_1, f_2$, соответствующих различным порядкам дифракции и расположенных на оси распространения света:

$$f_n = \frac{f}{2n + 1}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4)$$

Интенсивность света убывает с ростом номера порядка по закону

$$I_{2n+1} = \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{(2n + 1)^2}. \quad (5)$$

Совершенствование базовых ДОО, какими являются 1D дифракционные решетки, возможно за счет изменения профиля зон. При этом получают так называемые решетки с блеском. Например, можно рассмотреть амплитудную 1D дифракционную

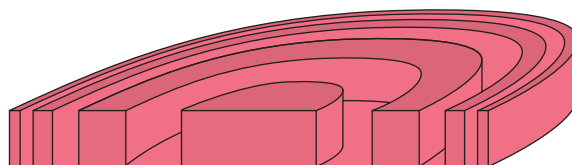


Рис. 2. Фрагмент бинарной фазовой зонной пластинки

решетку, функция пропускания которой меняется по закону $\cos^2\left(2\pi\frac{\lambda x}{T}\right)$. При дифракции на такой решетке теоретически помимо нулевого образуются только ± 1 порядки дифракции. Практически, с учетом погрешностей изготовления ДОЭ, дело обстоит гораздо сложнее.

Для двумерных (2D) дифракционных решеток естественными являются построение зон, отличных от периодических щеле- и кольцеобразных, и выявление новых функциональных возможностей ДОЭ. Несмотря на кажущуюся очевидность, с момента создания зонной пластинки этот вопрос не поднимался в течение многих лет из-за отсутствия практической возможности реализации зонных пластинок с варьируемым характером зон. Такая возможность появилась в связи с созданием компьютеров и технических средств машинной графики, в частности графо- и фотопостроителей.

А.В. Ломан и Д.П. Парис в 1967 году предложили 2D дифракционные решетки с варьируемыми зонами Френеля, получаемые на основе муаровых эффектов в результате суперпозиции пары синтезированных масок. Синтезированные маски содержат периодические по одной из координат (например, по x) бинарные изображения, описываемые специально подобранной алгебраической функцией $\varphi(x, y)$. Варьируя вид и параметры функции $\varphi(x, y)$, а также параметры относительно сдвига Δx и поворота масок можно получить множество амплитудных 2D дифракционных решеток, каждой из которых будет соответствовать своя картина дифракции. К сожалению, описанная процедура содержит регулярный метод синтеза только для цилиндрических и сферических зон Френеля. Результат фокусировки представляет собой прямую фокальную линию. Имеется также возможность построения конических зонных пластинок путем оптической регистрации результата физической суперпозиции цилиндрической и плоской волн. Результат фокусировки представляет собой наклонную прямую линию в плоскости, параллельной зонной пластинке.

Рассмотренные примеры демонстрируют возможность получения зонных пластинок с различной формой зон. В то же время представляет интерес построение 2D бинарных образов зон Френеля для более сложных случаев, например для зонной пластины, фокусирующей в продольный или поперечный отрезок заданной длины кольцо или какую-либо другую геометрическую фигуру. ДОЭ такого рода получили название фокусаторов. Рассмотрим для примера фокусатор в кольцо. Соответствующий образ зон Френеля решетки может быть получен путем комбинации 1D дифракционной решетки и зонной пластинки. Возьмем достаточно узкий сегмент 1D дифракционной решетки, который ведет себя так же, как целая дифракционная решетка, то есть отклоняет входной монохроматический пучок

на определенный угол в плоскости (рассматривается первый порядок дифракции).

Вращая сегмент вокруг центра получим ДОЭ, зоны Френеля которого отображаются системой равноотстоящих концентрических черно-белых колец одинаковой ширины. Назовем его дифракционным аксиконом. Нетрудно сообразить, что такой ДОЭ будет отклонять входной пучок на определенный телесный угол в пространстве. Для того чтобы собрать дифрагированные пучки в фокальной плоскости, применим зонную пластинку, причем дифракционный аксикон и зонная пластинка могут быть совмещены в одной плоскости и записаны на одной подложке. При этом в плоскости ДОЭ образуется система концентрических, неравномерно отстоящих колец переменной ширины. Таким образом, мы синтезировали амплитудный ДОЭ, фокусирующий в кольцо.

Следуя описанной методике можно построить различные фокусирующие ДОЭ. Например, записывая на одной подложке две скрещенные цилиндрические линзы с разными фокусными расстояниями можно получить ДОЭ, фокусирующий в отрезок, лежащий в плоскости, перпендикулярной оси распространения (рис. 3).

По-видимому, нет особой необходимости говорить, что и фокусатор в кольцо, и фокусатор в поперечный отрезок могут быть реализованы как фазовые ДОЭ. Достичь этого в простейшем случае можно путем фотографического отбеливания соответствующих амплитудных масок (фотошаблонов).

По существу в двух только что рассмотренных примерах речь идет о фазовой модуляции, при которой одна бинарная функция, описывающая дифракционную решетку, умножается на другую. Однако процесс модуляции параметров дифракционной решетки может осуществляться и при более широком классе модулирующих функций. В частности, осуществляя модуляцию радиусов колец зонной пластинки можно построить фокусатор в соосный отрезок определенной длины, который фактически будет

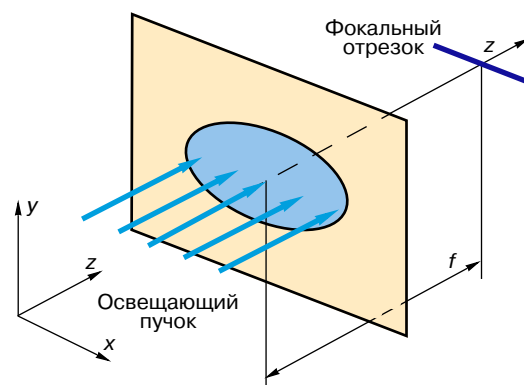


Рис. 3. Результат фокусировки двумя скрещенными цилиндрическими линзами

представлять собой зонную пластинку с протяженной продольной aberrацией. Идея получения соответствующего радиально-симметричного ДОЭ состоит в том, чтобы его периферийная часть соответствовала зонной пластинке с фокусным расстоянием F_1 , а центральная часть – зонной пластинке с расстоянием $F_2 > F_1$. Между центральной и периферийной частями должны быть записаны кольца, соответствующие зонным пластинкам, фокусное расстояние которых уменьшается от F_2 к F_1 . В результате будет получен фокусатор в соосный отрезок длины $l = F_2 - F_1$. На рис. 4 показан процесс фокусировки.

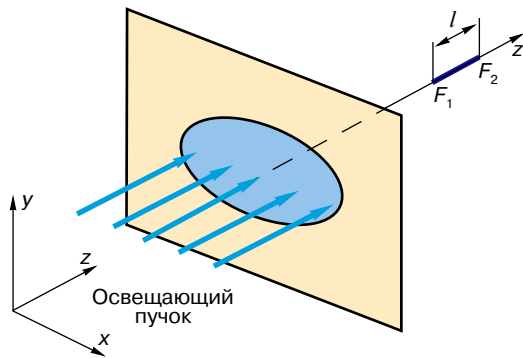


Рис. 4. Результат фокусировки в соосный отрезок

Общие методы получения модулированных дифракционных решеток, обладающих заданными функциональными свойствами, требуют решения обратных задач теории дифракции. Заметим, что решение обратной задачи дифракции осуществляется относительно фазовой функции ДОЭ, который выполняет требуемое преобразование светового пучка. Эта фазовая функция должна быть записана на оптическую среду в виде зонированной структуры с фазовым микрорельефом, в результате чего и получается ДОЭ.

ГРАНИЦЫ ЗОН И ФАЗОВЫЕ ФУНКЦИИ ДИФРАКЦИОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Приведение функции к интервалу

Под фазовой функцией $\varphi(u, v)$ оптического элемента будем понимать функцию, описывающую зависимость от пространственных координат величины набега фазы, создаваемой оптическим элементом в точке (u, v) .

Иногда границы зон ДОЭ могут быть получены исходя из фазовых функций соответствующих традиционных (рефракционных) оптических элементов.

Традиционный оптический элемент характеризуется гладкой фазовой функцией $\varphi(\vec{u})$, где $\vec{u} = (u, v)$ – поперечные координаты точки, лежащей в плоскости оптического элемента. При освеще-

нии оптического элемента пучком с комплексной амплитудой $W_0(\vec{u})$ непосредственно за оптическим элементом образуется поле

$$W(\vec{u}) = \exp[i\varphi(\vec{u})]W_0(\vec{u}). \quad (6)$$

Толщина традиционного оптического элемента H может составлять тысячи длин волн. При этом значения фазы φ лежат в интервале от 0 до тысяч единиц 2π . В то же время изменения фазы на рассмотренных ранее ДОЭ лежат в диапазоне от 0 до 2π .

С учетом того, что комплексная экспонента в выражении (6) является периодической функцией с периодом 2π , фаза может быть приведена к интервалу $[0, 2\pi)$. Приведение к интервалу можно выполнить по формуле

$$\Phi = \text{mod}_{2\pi} \varphi, \quad (7)$$

где

$$\text{mod}_{2\pi} \varphi = \varphi - 2\pi j$$

при

$$j \cdot 2\pi \leq \varphi \leq (j+1)2\pi, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Из практических соображений может оказаться целесообразным приводить фазу к интервалу $[0, 2\pi m)$ по формулам

$$\Phi = \text{mod}_{2\pi m} \varphi, \quad (8)$$

где обычно $m \sim 1-10^2$. Эквивалентность исходной гладкой фазы φ и приведенной к интервалу кусочной фазы Φ выражается соотношением

$$\Gamma \equiv \exp(i\Phi) = \exp(i\varphi). \quad (9)$$

Плоская сферическая линза

Уравнение фазовой функции сферической линзы в параосиальном приближении имеет вид

$$\varphi(u, v) = \varphi(r) = -k \frac{u^2 + v^2}{2f} \quad \text{при} \quad r \leq \frac{D}{2}, \quad (10)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, f – фокусное расстояние, D – диаметр линзы, $r = \sqrt{u^2 + v^2}$.

Если материал линзы имеет коэффициент преломления n , то максимальная высота рельефа составляет

$$h_{\max} = \frac{\lambda}{n-1}$$

и имеет порядок длины волны. Высота микрорельефа определяется по формуле

$$h(r) = \frac{\lambda}{n-1} \cdot \frac{1}{2\pi} \text{mod}_{2\pi} \varphi(r). \quad (11)$$

Радиусы зон Френеля можно найти из соотношения

$$\varphi(r_j) = -2\pi j,$$

откуда следует

$$r_j = \sqrt{2\lambda f j}. \quad (12)$$

Число полных зон j_0 на линзе определяется из условия $r_{j_0} \leq D/2$ и удовлетворяет соотношению

$$j_0 = \left\lceil \frac{D^2}{8\lambda f} \right\rceil, \quad (13)$$

где $\lceil \cdot \rceil$ означают целую часть числа с округлением в меньшую сторону.

Ширина зон плоской сферической линзы

$$\Delta_j = r_j - r_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, j_0,$$

является переменной и уменьшается к периферии линзы. Характерным параметром является ширина Δ самой узкой (в данном случае последней) периферийной зоны, определяющей требования к технологическому оборудованию. В более общем случае для ДОЭ с фазовой функцией $\varphi(u, v)$ можно также определить ширину наиболее узкой зоны микрорельефа с максимальной фазовой высотой $2\pi t$. Используя в пределах этой зоны линейную аппроксимацию фазовой функции получим выражение

$$\Delta = \frac{2\pi t}{\max |\nabla_{\perp} \varphi|}, \quad (14)$$

где \max берется вдоль поверхности ДОЭ,

$$|\nabla_{\perp} \varphi| = \sqrt{\frac{\partial \varphi(u, v)}{\partial u}^2 + \frac{\partial \varphi(u, v)}{\partial v}^2}.$$

Сравним между собой уравнения радиусов колец зонной пластинки Рэлея–Сорэ (3) и сферической плоской линзы (12). Видим, что радиусы зон на линзе в $\sqrt{2}$ раз больше радиусов колец на зонной пластинке. Соответственно при заданном диаметре число колец на зонной пластинке в 2 раза больше, то есть каждому кольцу сферической плоской линзы соответствуют два кольца зонной пластины: темное и светлое. Плоская линза имеет непрерывный (в пределах зоны) фазовый рельеф, а фазовая зонная пластинка имеет аппроксимирующий его бинарный фазовый рельеф.

Если подходить к созданию ДОЭ с общих позиций дискретной аппроксимации непрерывной фазовой функции, можно продолжить процедуру ступенчатой аппроксимации в пределах зоны Френеля исходной непрерывной фазовой функции. На рис. 5 показан пример равномерного квантования фазы плоской сферической линзы Френеля на четыре уровня.

Для практического получения амплитудной маски с N градациями яркости можно использовать $N - 1$ бинарных амплитудных масок, осуществляя последовательный фотопроект. Существует также возможность уменьшить число бинарных масок до $n = \log_2 N$.

Нетрудно рассчитать радиусы колец, соответствующих градациям фазы в различных зонах. Знание их необходимо для расчета бинарных амплитудных масок, однако они не несут такого ясного физического смысла, как в случае зонной пластинки. Отме-

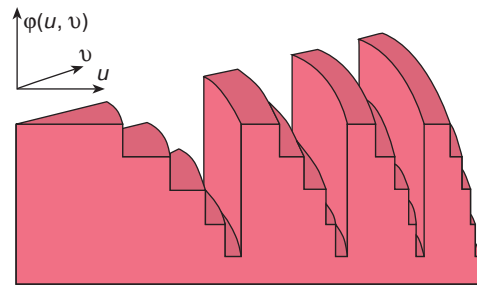


Рис. 5. Ступенчатая аппроксимация фазовой функции сферической линзы

тим также, что уравнение колец зонной пластинки Рэлея–Сорэ невозможно получить с помощью равномерной дискретизации фазовой функции плоской сферической линзы.

Плоская цилиндрическая линза

Рассмотрим цилиндрическую линзу, описываемую фазовой функцией

$$\varphi(u) = -k \frac{u^2}{2f} \quad \text{при} \quad |u| \leq \frac{D}{2}. \quad (15)$$

Приведение фазовой функции к интервалу $[0, 2\pi]$ аналогично проведенному выше для сферической линзы. Границы зон в данном случае – прямые линии, а расстояния между ними определяются формулой (12) при замене r_j на u_j .

Отражательная зонная пластина

Рассмотрим отражательную зонную пластину, предназначенную для работы под углом α с освещающим пучком и осуществляющую фокусировку в точку F .

При нормальном падении максимальная высота рельефа отражательной зонной пластины должна составить $\lambda/2$ для того, чтобы набег фазы при прямом и обратном ходе составил 2π , при наклонном падении

$$h_{\max} = \frac{\lambda}{2 \cos \alpha}.$$

Уравнения границ зон отражательной зонной пластины при нормальном падении в точности соответствуют уравнениям границ зон пропускающей пластинки (высота зон различается в $2/(n - 1)$ раза).

Уравнение границ зон при наклонном падении под углом можно получить путем простых рассуждений. Наклонное падение пучка эквивалентно введению поворотного зеркала. Спроецировав кольца зонной пластинки Рэлея–Сорэ на это зеркало мы получим уравнение краев зон отражательной зонной пластинки при наклонном падении под углом α . Понятно, что это будут эллипсы с коэффициентом растяжения по оси u , равным $\cos \alpha$.

Высота рельефа отражательного ДОЭ, фокусирующего в точку под углом α ,

$$h(u, v) = \frac{\lambda}{2 \cos \alpha} \cdot \frac{1}{2\pi} \text{mod}_{2\pi} \varphi(u \cos \alpha, v), \quad (16)$$

где $\varphi(u, v)$ определяется формулой (10).

При выводе (16) использовано приближение плоской волны для падающего и отраженного пучков.

Плоская призма

Рассмотрим призму с углом α . Призма обеспечивает фазовый сдвиг, линейно зависящий от координаты, и характеризуется фазовой функцией

$$\varphi(u) = \frac{2\pi}{\lambda} u \theta, \quad (17)$$

где $\theta = (n - 1) \text{tg} \alpha$.

Приводя фазовую функцию $\varphi(u)$ к интервалу $[0, 2\pi)$, получим 1D дифракционную решетку с блеском (рис. 6).

Максимальная высота рельефа

$$h_{\max} = \frac{\lambda}{n - 1}$$

и уравнение высоты микрорельефа имеет вид

$$h(u) = \frac{\lambda}{n - 1} \cdot \frac{1}{2\pi} \text{mod}_{2\pi} \varphi(u). \quad (18)$$

Различным углам отклонения β соответствуют различные периоды решетки

$$d = \frac{\lambda}{\sin \beta}, \quad (19)$$

где $\sin \beta = (n - 1) \text{tg} \alpha$.

Бинарная 1D амплитудная дифракционная решетка получается при замене линейно меняющейся фазовой функции в пределах одного периода на двоичную функцию, принимающую значения $\pm \pi/2$.

Комбинированные и сегментированные ДОЭ

Выше уже говорилось о возможности получения комбинированных зонных пластинок, представляющих собой суперпозицию двух исходных зонных пластинок.

Если два расположенных соосно друг за другом оптических элемента имеют фазовые функции φ_1 и φ_2 соответственно, то они могут быть заменены **комбинированным оптическим элементом** с фазовой функцией $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$.

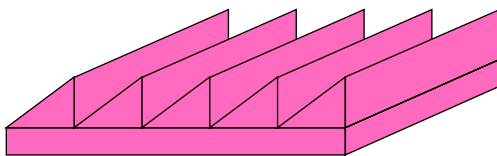


Рис. 6. Дифракционная решетка с блеском



Рис. 7. Фотошаблон фокусатора в букву R

В качестве примера рассмотрим две скрещенные цилиндрические линзы с различными фокусными расстояниями

$$\begin{aligned} \varphi_1(u, v) &= -k \frac{u^2}{2f_1}, \\ \varphi_2(u, v) &= -k \frac{v^2}{2f_2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Фазовая функция комбинированного ДОЭ имеет вид

$$\varphi(u, v) = -k \left(\frac{u^2}{2f_1} + \frac{v^2}{2f_2} \right). \quad (21)$$

Границы краев зон являются эллиптическими. Такой ДОЭ осуществляет фокусировку в отрезок, перпендикулярный оптической оси.

Плоскость **сегментированного ДОЭ** в пределах апертуры разбивается на два или большее число сегментов, а в каждом из сегментов записывается зонная пластинка, соответствующая определенной фазовой функции. Например, таким образом можно получить фокусатор в букву R, фотошаблон которого приведен на рис. 7.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.

* * *

Виктор Александрович Сойфер, профессор, ректор Самарского государственного аэрокосмического университета, специалист в области обработки изображений и компьютерной оптики. Лауреат Государственной премии России в области науки и техники 1992 года за разработку лазерных технологий и их внедрение при создании новой авиационно-космической техники. Член международного оптического общества SPIE. Автор 310 научных работ, в том числе трех монографий, 50 работ в зарубежных изданиях.