# THE MATHEMATICAL METHODS ON A FINANCE MARKET

A. A. PERVOZVANSKII

***The brief introduction to the theory of a financial market is given. It is shown that market development is intrinsically tied to development of mathematics – from arithmetics and elementary algebra to the theory of stochastic processes and the theory of automatic control.***

***Дается введение в историю и теорию финансового рынка. Показано, что его развитие неразрывно связано с развитием математики от арифметики и элементарной алгебры до теории случайных процессов и теории автоматического управления.***



# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ НА ФИНАНСОВОМ РЫНКЕ

А. А. ПЕРВОЗВАНСКИЙ

*Санкт-Петербургский государственный технический университет*

## ВВЕДЕНИЕ

Финансы, то есть денежные отношения, древни как сама цивилизация. Еще в середине III тысячелетия до н.э. деньги в виде кусочков и слитков серебра появились у шумеров. В VII веке до н.э. в Лидии были изобретены монеты, то есть те же кусочки серебра, на которых были отчеканены знаки, удостоверяющие вес и качество металла. Вместе с тем деньги, в особенности в их современной бумажной форме, являются самым практически важным примером математической абстракции, отображающей свойства любых вещей (и не только вещей!) на числовую ось. Соотношение эквивалентности, появляющееся в возможности обменять что угодно через деньги (знаменитая триада товар–деньги–товар), есть основа рыночной экономики, вполне сложившейся еще в Нововавилонском царстве 2700 лет тому назад [1]. Вместе с деньгами (и это вполне закономерно!) шумеры изобрели арифметику, а их прямые наследники – вавилоняне знали и использовали как десятичную, так и шестидесятеричную системы отсчета и изобрели основы той цифровой системы, которой мы пользуемся и сейчас под названием арабской. В вавилонских школах всех детей обучали арифметике, но не просто так, а в прямом приложении к основным операциям: каждый должен был грамотно составить долговое обязательство, оценить доходность финансовой операции путем исчисления процентов. Нынешние российские школьники, конечно, считают не хуже своих далеких предшественников, они знают, что такое процент и даже что такое арифметическая и геометрическая прогрессия, но все это преподается как абстракция, не имеющая отношения к реальной жизни, в которую они вот-вот окунутся или уже окунулись.

Цель данной статьи – показать, какую роль играют знакомая арифметика и алгебра в финансовых расчетах, и приоткрыть дверь в более сложный мир современной финансовой математики. Автор надеется, что статья окажется полезной не только школьникам и школьным учителям, но и коллегам по науке независимо от их специальности, ибо все мы оказались в малознакомом и весьма бурном море рыночной экономики.

## ПРОЦЕНТ И ДОХОДНОСТЬ ПРОСТЫХ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ

Простейший вид финансовой операции – однократное представление в долг некоторой суммы денег $S_0$ с условием, что через время $T$ будет возвращена сумма $S_T$. Для определения эффективности (доходности) операции используют две величины: относительный рост (интерес)

$$r_t = \frac{S_T - S_0}{S_0} \tag{1}$$

и относительную скидку (дисконт)

$$d_t = \frac{S_T - S_0}{S_T}. \tag{2}$$

Обе величины характеризуют приращение капитала, отданного в долг и отнесенного либо к начальной, либо к конечной сумме. Очевидно, что интерес и дисконт взаимосвязаны:

$$r_T = \frac{d_T}{1 - d_T}, \qquad d_T = \frac{r_T}{1 + r_T}. \tag{3}$$

Сделку обычно характеризуют либо парой начальная сумма – интерес, либо парой конечная сумма – дисконт:

$$S_T = S_0(1 + r_T), \qquad S_0 = S_T(1 - d_T). \tag{4}$$

Иногда вместо дисконта используют дисконт-фактор

$$\upsilon_T = 1 - d_T = \frac{1}{1 + r_T}. \tag{5}$$

Как правило, и рост и дисконт выражают в процентах, умножая соответствующие величины на 100. Эта традиция настолько сильна, что вместо термина "рост" часто говорят "ставка процента". Документы, удостоверяющие долговые обязательства (ценные бумаги), называют процентными, а ростовщика – человека, профессионально занимающегося предоставлением денег в долг, – процентщиком (вспомните старуху процентщицу у Достоевского!). Мы будем использовать более современные термины: любой человек (или организация), отдающий деньги в долг, именуется кредитор, а берущий деньги – дебитор. Цель кредитора – заработать на сделке больше, получить более высокий процент, цель дебитора противоположная, при этом кредитор имеет возможность выбирать, кому выгоднее отдать в долг (вложить свой капитал), а дебитор может искать место, где этот капитал можно получить подешевле.

Величина интереса – это, в сущности, цена использования чужих денег. Ниже ставка – деньги дешевле. Однако при выборе важно еще учесть, на сколько времени требуются эти деньги. Обычно в условиях сделки указывают интерес (или дисконт) за базовый период, равный году, а соответствующие величины за фактический период $T$ использования денег вычисляют по некоторым стандартным правилам, которые также заранее оговаривают. Основными являются правила простых и сложных процентов. Пусть годовой процент равен $r$, тогда по правилу простых процентов

$$r_T = Tr, \tag{6}$$

где $T$ – время сделки, выраженное в годах, но это правило практически используется только для краткосрочных сделок ($T < 1$), а для более длительных считают по схеме сложных процентов:

$$r_T = (1 + r)^T - 1. \tag{7}$$

Откуда взялась эта формула? Фактически она подразумевает, что по истечении года кредитор может забрать сумму вместе с процентами, равную $S_0(1 + r)$, затем снова вложить эту сумму на год, получив в результате $S_0(1 + r)^2$, и т.д., так что за $T$ лет набежит

$$S_T = S_0(1 + r)^T. \tag{8}$$

Из (8) и (4) сразу следует формула сложных процентов (7). Во избежание процедуры изъятия и повторного вклада обе стороны заранее договариваются о расчете по сложным процентам. Существенно, что эта схема используется и тогда, когда длительность операции не равна целому числу лет, например $T = 2{,}25$ года. Для расчета накопленной суммы по заданному годовому проценту по формуле (8) приходится при этом возводить в дробную степень! То же необходимо и для обратной процедуры: рассчитать годичный процент по конечной и начальной суммам:

$$r = \left(\frac{S_T}{S_0}\right)^{1/T} - 1. \tag{9}$$

Что выгоднее кредитору – выдать в долг под простой процент, например 100% годовых, или под тот же по величине, но сложный? В первом случае будет получено $S_0(1 + r)^T$, во втором $S_0(1 + rT)$.

Нетрудно убедиться, что

$$(1 + r)^T \geq 1 + rT, \qquad \text{если} \quad T \geq 1,$$

$$(1 + r)^T < 1 + rT, \qquad \text{если} \quad T < 1,$$

то есть кредитору выгоднее использовать простые проценты при коротких сроках, что практически и делается. Но иногда применяют и смешанные схемы, например предлагается сделать вклад в Сбербанк (то есть отдать банку деньги в долг) под 24% годовых с ежемесячным начислением процента. Фактически же это эквивалентно вкладу под сложные проценты под 2% в месяц, то есть под годовой процент, равный

$$[(1 + 0{,}02)^{12} - 1] \cdot 100\% \cong 26{,}8\%.$$

Для любой схемы выплат величина годового сложного процента, дающего ту же конечную сумму, называется эффективной ставкой. Именно она и была сейчас вычислена.

## ОЦЕНКА ПОТОКА ПЛАТЕЖЕЙ

Многие финансовые операции предусматривают не однократную выплату в конечный момент времени, а несколько выплат за время действия договора между кредитором и дебитором. Например, вам предлагается купить облигацию трехгодичного муниципального займа Санкт-Петербурга с купонным периодом 1 год и фиксированными купонными платежами 24%. Это означает, что если вы отдадите мэрии Санкт-Петербурга 1000 руб. в долг на три года, то по истечении первого года вы получите 240 руб., после второго года – еще 240, а после третьего вам отдадут вашу тысячу, добавив последний платеж в 240 руб. Спрашивается, выгодно ли это. Сам по себе такой вопрос бессмыслен. Надо сравнивать: выгоднее ли это, чем другие возможные варианты вложения тех же денег? Предположим, что альтернативой является срочный вклад на год под $r$% годовых в Сбербанк. Тогда следует сопоставить результаты. Такой вклад даст $(1 + r)^3 \cdot 1000$ через три года, если вы сможете перевкладывать (реинвестировать) деньги под тот же процент по истечении каждого года. Также можно вкладывать и деньги, получаемые по купонным платежам, получив в итоге

$$S_T = 240(1 + r)^2 + 240(1 + r) + 240 + 1000.$$

Для вычисления можно использовать формулу геометрической прогрессии с знаменателем $q = 1 + r$:

$$S_T = \frac{240[(1+r)^3 - 1]}{r} + 1000.$$

Если эта величина меньше, чем $(1 + r)^3 \cdot 1000$, то заведомо предпочтительнее купить облигации займа, то есть предпочесть мэрию в качестве дебитора. Например, если $r = 0{,}2$ (20%), то заем дает 1874 руб., а прямой вклад 1728 руб.; если же $r = 0{,}25$, то обратная ситуация: по займу получим 1915 руб., а по вкладу 1953 руб. Величина ставки $r$, при которой оба варианта будут формально равносильны, называется эффективной ставкой потока платежей $r_{\text{eff}}$ или внутренней нормой прибыли. Нетрудно убедиться, что в данном случае $r_{\text{eff}}$ равна купонной ставке 0,24.

Рассмотрим теперь общую схему. Пусть договором предусмотрена выдача в долг суммы $S_0$, а должник обязуется произвести промежуточные платежи в суммах $K_n$ через время $t_n$ от начала договора, а кроме того, выплатить сумму $K_T$ в конце. Учитывая, что все возвращаемые деньги могут быть положены в банк под процент $r$, кредитор в итоге получит накопленную сумму

$$S_T = K_T + \sum_n K_n (1+r)^{T - t_n}.$$

Альтернативой является вложение с самого начала в банк с получением $S_0(1 + r)^T$. Вычислим разницу

$$\text{NFV}(r) = K_T + \sum_n K_n (1+r)^{T - t_n} - S_0 (1+r)^T. \qquad (10)$$

Обозначение NFV является сокращением английских слов Net Future Value, то есть чистый доход в будущем. Если NFV положителен, то договор выгоден кредитору.

По определению, эффективная ставка $r_{\text{eff}}$ есть корень уравнения

$$\text{NFV}(r) = 0.$$

Наряду с NFV часто используют величину NPV (Net Present Value)

$$\text{NPV}(r) = \frac{1}{(1+r)^T}\text{NFV}.$$

По смыслу NPV есть сумма, которую следует положить в банк для того, чтобы получить в конце NFV. Очевидно, что

$$\text{NPV}(r) = K_T \frac{1}{(1+r)^T} + \sum_n K_n \frac{1}{(1+r)^{t_n}} - S_0 = $$
$$= K_T \upsilon^T + \sum_n K_n \upsilon^{t_n} - S_0, \qquad (11)$$

где использована связь (5) ставки процента $r$ и дисконт-фактора $\upsilon$. Эффективная ставка, конечно, является и корнем уравнения

$$\text{NPV}(r) = 0,$$

но удобнее сначала вычислить соответствующий ей дисконт-фактор

$$\upsilon_{\text{eff}} = \frac{1}{1 + r_{\text{eff}}}$$

как корень уравнения

$$\frac{K_T}{S_0}\upsilon^T + \sum_n \frac{K_n}{S_0}\upsilon^{t_n} - 1 = 0, \qquad (12)$$

а затем найти $r_{\text{eff}}$.

Поскольку $K_T$, $K_n$ положительные, то левая часть – возрастающая функция $\upsilon$ и уравнение (12) имеет единственный положительный корень[1], который можно попытаться найти подбором. Удобно также использовать метод последовательных приближений, предложенный еще И. Ньютоном. Обозначим $f(\upsilon)$ левую часть (12). Если взять произвольное начальное приближение $\upsilon_0$, то, вообще говоря, $f(\upsilon_0) \neq 0$. Метод Ньютона рекомендует исправить это начальное значение, заменив его на

$$\upsilon_1 = \upsilon_0 - \frac{f(\upsilon_0)}{f'(\upsilon_0)},$$

где штрихом обозначена производная функции $f(\upsilon)$, которая в нашем случае равна

$$f'(\upsilon) = \frac{K_T}{S_0}T\upsilon^{T-1} + \sum_n \frac{K_n}{S_0}t_n\upsilon^{t_n-1}. \qquad (13)$$

Если же и $f(\upsilon_1) \neq 0$, то процедура повторяется до достижения требуемой точности. Практически она сходится очень быстро.

Отметим, что поток, состоящий из одинаковых платежей, выплачиваемых через равные интервалы в конце каждого интервала, называется постоянной рентой. Выведите в качестве дополнительного упражнения формулу для накопленной ренты (FV-ренты) с учетом возможности вложения любого промежуточного платежа под процент $r$, а также найдите, какую сумму надо иметь вначале, чтобы получить тот же результат (PV-ренты). Для этого требуется лишь знание геометрической прогрессии.

Более тонкие размышления требуются для ответа, казалось бы, на странный вопрос: а почему вообще заключаются сделки? Ясно, что они реализуются, если только это выгодно обеим сторонам. Как было сказано, выгодность определяется условием NPV > 0. Но ведь то, что получает одна сторона сделки, отдает другая, то есть положительные поступления кредитора являются одновременно отрицательными для дебитора. Сменив знаки величин $K_T$, $K_n$, $S_0$ на обратные в формуле (11), получим NPV потока платежей дебитора. Если для кредитора NPV положительна, то для дебитора отрицательна и ему сделка невыгодна. Приходим к парадоксу: стороны, оценив последствия, должны отказаться от сделки, за исключением того случая, когда банковская ставка $r$ равна эффективной $r_{\mathrm{eff}}$ и NPV обеих сторон равна нулю. В таком случае никто не потеряет, но никто и не выиграет.

Заметим, что в классической экономической теории часто предполагают, что рынок находится в равновесии и любые формы сделок равнодоходны. Но так лишь в теории, а на практике различные финансовые операции приносят различный доход, а сделки действительно заключаются, когда они выгодны обеим сторонам. Как же разрешить возникающий парадокс? Дело, оказывается, в том, что при вычислении NPV кредитор и дебитор должны использовать разные величины $r$! Ведь $r$ понималась как ставка, под которую кредитор может положить деньги в банк (процент по депозиту), а если мы применим те же рассуждения к дебитору, то надо сравнивать его операцию с возможностью сразу взять нужную сумму в банке в кредит, а кредитный процент $r_c$ всегда выше депозитного (банк охотнее берет деньги, чем расстается с ними!). Поэтому формулу NPV для дебитора надо записывать в виде

$$\mathrm{NPV}(r_c) = -\left[K_T\frac{1}{(1+r_c)^T} + \sum_n K_n\frac{1}{(1+r)^{t_n}} - S_0\right]. \qquad (14)$$

Очевидно, что если $r_c > r_{\mathrm{eff}} > r$, то NPV и для кредитора и для дебитора оказывается положительной и сделка благополучно состоится к взаимному удовольствию.

## ВТОРЖЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Итак, мы можем вступить на почву финансового рынка во всеоружии финансовой алгебры, правильным расчетом обеспечивая себе наибольшую выгодность сделок. Однако, увы, этого недостаточно, ибо почва оказывается не твердой, как предполагалось, а зыбкой. Чтобы пояснить, в чем дело, обратимся сначала к уже рассмотренному и на первый взгляд простому примеру о муниципальном займе. Мы честно считали и показали, что при банковской депозитной ставке в 25% годовых с займом связываться не надо, а лучше прямо пойти в сберкассу. Однако вспомним, что наши рассуждения основывались на существенном предположении: полученные после первого года 1240 руб. можно снова положить в банк под те же 24% и то же самое сделать после второго года. А теперь задумаемся: кто может гарантировать, что ставки Сбербанка (и любого другого банка) не изменятся? По крайней мере банк таких гарантий не дает, а опыт последних лет показывает, что депозитные ставки постепенно снижаются. Если на ближайший год ставка была $r_1$, на следующий будет $r_2$ и т.д., то те же рассуждения приведут к иной формуле для NPV сделки:

$$\mathrm{NPV} = K_T\frac{1}{(1+r_1)(1+r_2)\ldots(1+r_N)} + \\ + \sum_n K_n\frac{1}{(1+r_1)(1+r_2)\ldots(1+r_n)} - S_0.$$

Для простоты здесь предполагается, что период сделки $T$ равен целому числу $N$ лет, а промежуточные

[1] Иногда пытаются вычислять эффективную ставку и для знакопеременного потока платежей, однако при этом не гарантирована единственность решения и, что самое главное, оно не имеет четкого экономического смысла.

выплаты производятся в конце каждого года. В примере

$$\mathrm{NPV} = 1240 \cdot \frac{1}{(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)} + \frac{240}{(1+r_1)} + \frac{240}{(1+r_1)(1+r_2)} - 1000.$$

Если эта величина положительна, то стоит приобретать облигации займа. Но... вычислить ее мы не можем, поскольку $r_1$ известно, а $r_2$ и $r_3$ неопределенны. Можно лишь прогнозировать, предсказать, что $r_1 > r_2 > r_3$ (ставки будут падать), а поэтому заем может оказаться все же выгоднее вклада даже при $r_1 = 25\%$, но уверенности нет. Все зависит от точности предсказания. И тут мы впервые сталкиваемся со знаменитым принципом "investment is the prediction", или в переводе на русский "не угадаешь – прогоришь!".

Финансовый мир – это зыбкий мир неопределенностей, и тот, кто не умеет учитывать этого, должен лучше избегать серьезных контактов с ним. В особенности это важно понимать, имея дело с рынком акций. Акции – это ценные бумаги, удостоверяющие право их владельца на долю собственно акционерной компании, включая право на участие в управлении путем голосования на собрании акционеров и право получения дивидендов и прибыли. Акции многих компаний свободно продаются и покупаются. В новой России почти все акционерные компании появились в результате приватизации, а их акции попали в руки первоначальных владельцев в обмен на ваучеры, выдававшиеся бесплатно. Поэтому значительная часть акционеров до сих пор не понимает, в чем же ценность принадлежащих им акций. Право на участие в управлении для мелкого акционера – фикция (каждый акционер имеет столько голосов, сколько у него акций, и собрание голосует так, как этого хотят владельцы больших пакетов акций). Дивиденды, как правило, либо ничтожны, либо вовсе не выплачиваются (по решению того же собрания).

Зачем же покупать акции? Фактически важны две цели: либо, скупив большое количество акций, захватить контроль над предприятием и извлечь доход за счет больших директорских зарплат и привилегий, либо, что реально для не слишком больших богачей, извлекать доход за счет повышения цены акций. Простая финансовая операция – купил сегодня по цене $p_0$ и продал через время $T$ по цене $p_T$ – обеспечивает доходность

$$r_1 = \frac{p_T - p_0}{p_0}, \tag{15}$$

которая может быть очень высокой, если цены растут быстро, а в России только за один 1996 год средние цены на акции выросли более чем в 4 раза, то есть средняя доходность была выше 300% годовых, что куда выше доходности от вложений в банки или облигации. Отсюда можно сделать решительный практический вывод: срочно снимать свои скромные сбережения со сберкнижки и бежать покупать акции! Можно, но только осторожно. Во-первых, никто не знает, на сколько акции вырастут в будущем году, а во-вторых, и в прошлом рост был лишь в среднем, но цены некоторых акций росли чрезвычайно быстро, а цены других – очень слабо или даже упали.

Как же ответить на вопрос, какие акции покупать или же вовсе их не покупать, а оставить деньги на сберкнижке, где они дают скромный, но надежный доход. Обратимся к мировому опыту – ведь лишь для новой России акции являются новостью, а в экономически развитых странах история торговли акциями охватывает больше столетия. Однако и там вплоть до 50-х годов нашего века фактически не было науки о рынке, если не считать некоторых сомнительных рецептов, сходных с правилами выигрыша в рулетку. В 1952 году Г. Марковиц публикует статью с коротким названием "Выбор портфеля", которая стала начальной точкой нового этапа развития финансовой математики. Портфель – это набор инвестиций в различные виды ценных бумаг, в частности акций. Выбрать портфель означает назначить, какую долю капитала вложить в различные виды ценных бумаг. Главная идея Марковица – считать доходность операций купли-продажи каждой ценной бумаги случайными величинами. Эти величины заранее неизвестны, но предполагается, что для них заданы ожидаемые значения, а также величины, характеризующие отклонения доходностей от ожидаемых, – так называемые вариации и ковариации. Иначе говоря, Марковиц заставил говорить рынок на языке теории вероятностей. Мощный аналитический аппарат этой теории сразу позволил формализовать задачу выбора наилучшего, оптимального портфеля как задачу минимизации квадратичной функции переменных, которыми являются доли капитала, вкладываемые в различные ценные бумаги. Здесь невозможно излагать необходимые понятия теории вероятностей и теории оптимизации (сравнительно простое изложение дано в книге [2]).

Для нас важно одно: математика позволила превратить задачу инвестора в чисто вычислительную, то есть достаточно ввести характеристики случайных доходностей в компьютер и он укажет, в какие ценные бумаги наиболее разумно вкладывать деньги. Отметим все-таки, что Марковиц сохранил определенный произвол за инвестором: именно сам инвестор, а не компьютер должен был задать, на какой уровень риска он согласен идти. В 1958 году Д. Тобин существенно прояснил суть этой проблемы. Он предложил включить в портфель еще и безрисковые, абсолютно надежные инвестиции, например банковские депозиты с фиксированным процентом. Оказалось, что инвестор должен только зафиксировать ту долю капитала, которую он хочет вложить безрисково, а компьютер однозначно вычислит оптимальную структуру рисковой части портфеля. На этой основе в 1964 году У. Шарп строит теорию равновесия на финансовом рынке. Его идея очень проста: если все инвесторы знают характеристики доходностей и достаточно грамотны, чтобы вычислить оптимальную структуру, то все они выберут одну и ту же структуру, которая и окажется оптимальной. Тем самым распределение капитала на рынке, где в основном действуют хорошо информированные и грамотные инвесторы, является оптимальным. Эта совершенно замечательная теория позволяет новичку-инвестору вообще не задумываться над прогнозом цен: достаточно знать, как капиталы распределены на действующем рынке (например, 20% на рынке вложены в акции IBM, 10% – в акции "General Electric", 7% – в "Procter and Gambles" и т.д.), и распределить свой капитал в тех же пропорциях.

Конечно, у новичка может не хватить денег на покупку даже по одной акции всех действующих на рынке компонент. Поэтому теория равновесия (известная под сокращением CAPM) сильно способствовала успеху инвестиционных фондов, собирающих у мелких вкладчиков деньги для вложения в большой портфель, близкий по структуре к рынку в целом, и выплачивающих вкладчикам долю от дохода этого портфеля.

Отметим теперь, что Марковиц и Тобин рассматривали задачу об однократной операции: "Купил портфель – продал его через определенное время – подсчитал доход". В действительности же на рынке проводятся многократные операции купли-продажи. Их эффективность зависит от того, как цены, а следовательно, и доходность меняются во времени. Раз доходность случайна и меняется, значит, она является случайным процессом, а для анализа таких процессов тоже имеется готовый и мощный математический аппарат. Оказалось, что еще в начале века француз Леон Башелье предложил простое уравнение для описания изменения цен, сходное с описанием броуновского движения, почти тогда же данного великим А. Эйнштейном. В 60-е годы крупнейший математик и экономист П. Самуэльсон модифицирует уравнение Башелье и создает модель случайных блужданий, ставшую основой всех дальнейших теоретических построений. Главное свойство этой модели – доходности, получаемые от операций, проводимых за непересекающиеся отрезки времени, являются независимыми случайными величинами. Независимость же означает, что, зная доходности от операций в прошлом, нельзя предсказать их случайные колебания в будущем.

На основе модели случайных блужданий П. Самуэльсон и его ученик Р. Мертон [3] создали красивую теорию инвестиционных процессов, учитывающую, что инвесторы могут менять свои портфельные решения, оптимально управлять портфелем с течением времени. Самое важное приложение такой теории – расчет так называемой справедливой цены опционов. Опцион на акцию – это право купить (или продать) акцию в некоторый момент времени в будущем (момент исполнения) по заранее фиксированной цене. Если в момент исполнения цена акции на рынке окажется выше зафиксированной в опционе на покупку, то владелец опциона выиграет на разнице цен, в противном случае он не использует своего права, ничего не теряя, кроме тех денег, которые были заплачены при покупке опциона. Ясно, что цена, по которой стоит покупать опцион, зависит от движения цены на акцию в будущем. В 1973 году Ф. Блэк и М. Шоулс опубликовали формулу, по которой можно просто рассчитать цену опциона. Важным достоинством этой ныне знаменитой формулы является то, что она включает только значение вариации доходностей в единицу времени (волатильность) и не требует знания ожидаемых величин. Сразу после публикации резко расширился рынок опционов, поскольку покупатели и продавцы получили четкие ориентиры. Это замечательный пример прямого воздействия чисто математического результата на реальную экономику.

Сейчас достижения ученых, создавших современную финансовую математику, общепризнаны. Все они, кроме ранее умерших Л. Башелье и М. Блэка, удостоены Нобелевских премий по экономике. Пожалуй, это крупнейший практический успех прикладной математики во второй половине XX века. И на этом можно было бы поставить жирную точку в конце статьи, но...

## ПРАВЫ ЛИ МАТЕМАТИКИ?

Финансисты – самые трезвые люди на свете. Никакая красота математических построений не способна их обольстить, главный критерий истины – доход! С самого начала развития формальной теории начали проводиться исследования поведения реального рынка с целью проверки соответствия его поведения идеализированным математическим моделям. Обработка реальных данных показала, что модель случайных блужданий не вполне соответствует реальной статистике и это особенно ярко проявляется на таких новых, еще не сложившихся рынках, как российский. Особенно сильная критика обрушилась на модель равновесия. Статистика выявила сильные отклонения от ее главных выводов, да и исходные предположения об одинаковой информированности и одинаковой квалифицированности агентов рынка вызывали законные сомнения. Наконец, самое главное. Можно строго доказать, что принятие модели случайных блужданий эквивалентно утверждению, что на рынке невозможен арбитраж, то есть невозможно систематически получать доходность выше доходности рынка. А то, что это не так, наглядно доказывают результаты работы крупных финансовых компаний. В особенности замечательным был успех “Квантум-фонда”, возглавляемого с 1968 года Дж. Соросом. Оценено [4], что, если бы теория случайных блужданий была верна, шансы достичь такого успеха были бы ничтожны: 1 против 473 млн! Джордж Сорос, несомненно, известен читателям журнала, носящего его имя, как великий благотворитель, приостановивший крах российской науки, да и как знаменитый финансист. Менее известно, что Сорос является глубоким философом, крупнейшем теоретиком. Его главная мысль – финансовый рынок и экономика в целом никогда не находятся в равновесии, искать наилучшие решения надо именно учитывая отклонения от равновесия. Подобно И. Пригожину, создавшему неравновесную термодинамику физических процессов, Дж. Сорос заложил основы неравновесной экономической динамики. К сожалению, теория Сороса не сформулирована в математической форме, и не потому, что он не знает математики. Скорее его глубокое понимание математики и экономики заставило усомниться в самой возможности создания какой-либо жесткой математической модели финансово-экономического мира, поведение которого формируется в результате активных действий сознательных агентов рынка. Ведь любая теория воспринимается ими, меняет их действия, а следовательно, меняет тот мир, который пыталась описывать эта теория. Можно рассчитывать лишь на создание короткоживущих моделей, позволяющих дать краткосрочный прогноз поведения финансового рынка, и работа над такими моделями, учитывающими основные идеи Дж. Сороса, уже активно идет. Важно также понимать, что новые схемы, несомненно, должны учитывать имеющиеся достижения и собирать рациональные зерна классических теорий.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Белявский В.А.* Вавилон легендарный и Вавилон исторический. М.: Мысль, 1971.

2. *Первозванский А.А.*, *Первозванская Т.Н.* Финансовый рынок: Расчет и риск. М.: Инфра-М, 1994.

3. *Merton R.* Continuous-Time Finance. Cambridge: Blackwell,1990.

4. *Сорос Дж.* Алхимия финансов. М.: Инфра-М, 1994.

5. *Pervozvanski A.* Optimal Portfolio for Nonstabionary Security Market: Intern. Conf. Transition to Advanced Market Institutions and Economies. W-wa, 1997. P. 328.

6. *Шарп У.Ф.*, *Александер Г.Дж.*, *Бейли Д.* Инвестиции. М.: Инфра-М, 1997.

7. *Спивак С.И.* Что такое финансовая математика. // Соросовский Образовательный Журнал. 1997. № 8. С. 123.

* * *

Анатолий Аркадьевич Первозванский, профессор Санкт-Петербургского государственного технического университета, заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, специалист в области теории колебаний, теории автоматического управления и исследования операций. Автор более 200 статей и десяти монографий.