

RELATION BETWEEN
QUANTUM
AND CLASSICAL
PHYSICS

V. P. KRAINOV

The quantum physics is much more difficult to understand than the classical physics, since people are used the mechanical determinism of phenomena in nature. It is absent in quantum mechanics. Nevertheless, classical motion can be obtained from quantum-mechanical motion by some limiting transition. This paper considers what is the principal difference between quantum and classical approaches.

Квантовая физика значительно сложнее для понимания, чем классическая физика, так как человек привык к механической детерминированности окружающего мира. Она отсутствует в квантовой механике. В то же время квантовая физика в качестве предельного перехода содержит в себе классическую физику. Статья посвящена тому, в чем принципиальное различие между квантовым и классическим подходом.

© Крайнов В.П., 1998

**ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ
КВАНТОВОЙ И КЛАССИЧЕСКОЙ
ФИЗИКОЙ**

В. П. КРАЙНОВ

Московский физико-технический институт,
Долгопрудный Московской обл.

**1. ПРИНЦИП МИНИМУМА
КЛАССИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ**

В классической механике одним из основных постулатов является второй закон Ньютона. Однако вместо него можно ввести эквивалентный ему постулат о минимуме величины S , называемой классическим действием. Эта величина определяется следующим образом. Как известно, сумма кинетической энергии частицы T и ее потенциальной энергии U во внешнем поле представляет собой полную энергию частицы $E = T + U$. Разность кинетической и потенциальной энергий называется функцией Лагранжа:

$$L = T - U.$$

Интеграл от этой функции по времени между заданными начальным и конечным моментами времени t_1, t_2 и есть классическое действие:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt.$$

В квантовой физике вероятность перехода из состояния 1 в состояние 2 дается квадратом модуля так называемой амплитуды перехода:

$$W_{12} = |A_{12}|^2, \quad A_{12}(\vec{r}, t) = A_0 \cos \varphi(\vec{r}, t).$$

Величина φ называется фазой. В квантовой физике можно записать уравнение для фазы, но мы этого делать не будем. Однако в условиях, когда результаты квантовой и классической физики близки друг к другу (см. ниже), эта фаза оказывается связанной с классическим действием простым соотношением, получаемым из уравнений квантовой физики (аналогичное соотношение можно написать и для величины A_0):

$$\varphi = \frac{S}{\hbar}.$$

Коэффициент пропорциональности в этой зависимости называется постоянной Планка. Численное

значение этой постоянной, полученное на основе многочисленных экспериментов,

$$\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с.}$$

Движение является классическим, когда $S \gg \hbar$, и квантовым, если $S \leq \hbar$. Ввиду малости постоянной Планка в действительности существенно квантовыми объектами могут быть лишь микрочастицы: атомы, электроны, атомные ядра и т.п.

Предельный переход от квантового описания к классическому имеет место, когда облако вероятности для частицы имеет малые размеры по сравнению с размерами области движения этой частицы, а его центр тяжести перемещается по законам классической механики, то есть согласно второму закону Ньютона. Условие великости фазы, о котором говорилось выше, фактически эквивалентно условию малости длины волны де Бройля (1924) для микрочастицы [1, 2]

$$\lambda = 2\pi\hbar/p$$

(p – импульс этой частицы) по сравнению с областью a характерного движения частицы: $\lambda \ll a$. Понятие длины волны де Бройля характеризует рассматриваемый объект с волновой точки зрения, в то время как понятие импульса определяет свойства объекта как частицы. Взаимосвязь между корпускулярной и волновой характеристиками одного и того же объекта отражает важнейшее свойство микромира: микрообъект может проявлять свойства как частицы, так и волны в зависимости от типа эксперимента. Таким образом, классическое приближение – это приближение коротких волн де Бройля для квантовых микрочастиц.

2. ПРИНЦИП ДОПОЛНИТЕЛЬНОСТИ

Идея о двойственной природе микрообъектов, например о двойственной природе света, который ведет себя как частица в процессах испускания и поглощения света при переходах в атомах и как волны в процессах распространения, поначалу казалась внутренне противоречивой. Для демонстрации того, как эти трудности преодолеваются квантовой механикой, В. Гейзенберг (1927) предположил, что невозможно одновременно точно определить значения обоих членов некоторых пар физических величин, описывающих микрообъект.

Согласно Гейзенбергу, неопределенность импульса микрочастицы Δp и неопределенность ее координаты (вдоль какого-либо направления) Δx связаны друг с другом в квантовой механике соотношением неопределенности

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar.$$

Этому соотношению можно дать три толкования.

1. Во всем виноват классический измерительный прибор, который ограничивает эксперимен-

тально достижимую точность измерений характеристик микрочастицы.

2. Соотношение неопределенности есть свойство микрочастицы, независимое от конкретной реализации классического прибора, измеряющего ее характеристики. Ситуация аналогична той, что имеет место для цуга волн длиной Δx с волновыми числами в интервале Δk ; здесь справедливо соотношение (см. подробнее раздел 4)

$$\Delta k \cdot \Delta x \geq 1.$$

3. Указанное соотношение есть способ сохранить классические понятия координаты и импульса микрочастицы путем взаимного ограничения области их совместной применимости. В некотором смысле это толкование частично сводится к первому. Новое состоит в существенном ограничении классической точки зрения, согласно которой атомные системы можно описывать независимо от средств, с помощью которых они наблюдаются.

Последнее толкование носит название принципа дополненности, оно было предложено Н. Бором (1927). Его можно сформулировать также и в другой форме: получение информации о координате неизбежно связано с потерей информации об импульсе из-за влияния измерительного прибора, который приводит к неконтролируемому изменению импульса. Иными словами, свойства микрочастиц не существуют сами по себе, а зависят от способа их наблюдения. С точки зрения экспериментатора, в силу свойств физических приборов невозможны измерения, точность которых выше требований принципа неопределенности.

Изложенные соображения приводят также к отказу от классического понимания принципа причинности [3]. В классической физике движение частицы в любой момент времени однозначно определяется ее движением в предыдущие моменты времени. Принцип неопределенности в квантовой физике приводит к неконтролируемым изменениям характеристик движения, то есть к отсутствию такой однозначности. Указанное различие проявляется также и в том, что уравнение второго закона Ньютона в классической физике является обратимым во времени, так как ускорение частицы, входящее в этот закон, не меняет знака при обращении знака времени (иначе говоря, уравнение второго закона Ньютона содержит вторые производные по времени). В то же время уравнения квантовой физики содержат первые производные по времени. Следовательно, они аналогичны уравнениям, описывающим, например, процесс диффузии в газах, то есть не могут быть обращены во времени. Действительно, если взять человека, заблудившегося в лесу и не имеющего ориентиров для выхода, то он совершает хаотическое (броуновское) движение, но в целом удаляется от начальной точки по законам диффузионного процесса. При мысленном повороте

времени вспять он не придет в ту же точку, откуда начал свое хаотическое движение, а продолжит удаляться от нее!

3. ПОПЫТКИ ВВЕСТИ СКРЫТЫЕ ПАРАМЕТРЫ

В результате многочисленных философских споров по поводу квантовой механики возникла следующая идея: попробовать объяснить классически неопределенность движения микрочастицы тем, что ее состояние определяется не только импульсом и координатами, но и еще каким-то дополнительным внутренним скрытым параметром. Тогда указанную неопределенность можно было бы объяснить просто различными значениями этого скрытого параметра (это бы тогда согласовывалось со вторым толкованием принципа неопределенности, о чем говорилось в предыдущем разделе). Если каким-то образом можно было бы измерить значение скрытого параметра, то тогда восстановился бы и привычный механический детерминизм в движении микрочастицы.

Естественно предположить, что значения скрытого параметра в двух частицах, находящихся далеко друг от друга и не взаимодействующих друг с другом, *независимы* друг от друга. В рамках этого предположения Дж. Белл в 1965 году теоретически показал, что при повторных измерениях квантовая физика и классическая теория скрытых параметров приводят к различным результатам. Действительно, первое измерение, по определению, фиксирует скрытый параметр, так что при втором измерении уже нет свободы в его выборе. Кроме того, в классической теории Белл предположил, что сигналы не могут распространяться со скоростью выше скорости света (требование специальной теории относительности). Какой же из подходов верен — квантовый или классический, учитывающий скрытые параметры?

В 1972 году М. Фридман и Дж. Клаузер провели эксперимент: возбужденный атом кальция спонтанно испускал фотон и переходил в нижележащее возбужденное состояние. Затем атом испускал второй фотон и переходил в основное (наинизшее) состояние. Каждый фотон регистрировался своим счетчиком. Измерялось число совпадений счетчиков в зависимости от угла между направлениями поляризации спонтанно испущенных первого и второго фотонов. В качестве скрытого параметра была выбрана проекция момента количества движения фотона на направление, определяемое измерительным прибором. Поворот одного прибора, регистрирующего фотон, согласно квантовой механике, меняет информацию о системе и, следовательно, определенным образом влияет на вероятность регистрации фотона прибором, несмотря на то что никакого материального носителя этого влияния не существует. В указанном эксперименте квантовая физика предсказывала монотонную зависимость, в

то время как классическая теория скрытых параметров предсказывала провалы на этой кривой.

Результаты эксперимента совпали с предсказаниями квантовой физики и опровергли предсказания теории классических скрытых параметров. Это было еще одним доказательством справедливости квантовой физики. Итак, можно сделать вывод, что в квантовой физике справедливо философское утверждение, согласно которому квантовые характеристики микрочастиц не существуют независимо от их наблюдения [4]. Конечно, оно не относится к классическим характеристикам. Например, тот факт, что энергия покоя электрона, согласно А. Эйнштейну, равна mc^2 , является достоверным при любых экспериментах и без таковых.

4. ПРИНЦИП ФЕРМА В ОПТИКЕ

В классической физике частица может быть представлена как точечный объект, который движется по определенной траектории с заданными координатами и импульсом в каждый момент времени. В квантовой физике частица описывается облаком вероятности, которое определяет только вероятность нахождения частицы в данной точке пространства или вероятности ее импульса в данный момент времени. Взаимосвязь между этими категориями проще всего понять, вспомнив различие между волновой и геометрической оптикой.

В волновой оптике электромагнитные волны характеризуются векторами напряженности электрического и магнитного полей в каждой точке пространства в данный момент времени. Однако в геометрической оптике свет распространяется по определенной траектории — лучу. Это линия, касательная к которой в каждой точке пространства совпадает с направлением распространения электромагнитной волны.

С математической точки зрения указанное различие выражается в том, что в волновой оптике напряженность, например, электрического поля в электромагнитной волне дается соотношением

$$E(\vec{r}, t) = E_0 \cos\phi(\vec{r}, t).$$

Здесь E_0 — амплитуда волны, а ϕ — ее фаза. В геометрической оптике справедлив принцип Ферма, согласно которому траектория светового луча такова, что разность фаз в конце и начале пути луча минимальна, то есть минимальна оптическая длина пути светового луча. Длина волны света в геометрической оптике мала по сравнению с размерами рассматриваемой оптической системы, то есть на оптической длине пути укладывается много длин волн. Таким образом, разность фаз велика. Следовательно, при предельном переходе от волновой оптики к геометрической следует считать, что сама фаза волны велика, а именно $\phi \gg 2\pi$. В этом видна аналогия

со связью между квантовой и классической физикой, о которой шла речь в разделе 2.

Волновой вектор волны в оптике играет роль импульса частицы в механике, а частота волны — роль энергии этой частицы. Чем более монохроматична волна, тем медленнее меняется в каждой точке пространства ее амплитуда.

5. МОДЕЛЬ Н. БОРА

Рассмотрим переход от квантовой механики к классической на общеизвестном примере модели Н. Бора для атома водорода.

В классической модели атома водорода, по Н. Бору, центробежная сила уравнивается силой кулоновского притяжения между электроном и атомным ядром (протоном):

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}.$$

Здесь m — масса электрона, v — его скорость, r — расстояние между электроном и ядром, а e — заряд электрона. Ограничимся для простоты круговыми орбитами.

На длине окружности должно укладываться целое число длин волн де Бройля для электрона, то есть $2\pi r = n\lambda = 2\pi n\hbar/p$. При этом использована формула де Бройля для длины волны, приведенная выше (подробнее см. [1]). Следовательно, момент количества движения принимает дискретные значения в квантовой механике (целочисленные в единицах постоянной Планка):

$$pr = mv r = n\hbar.$$

Для атомов классическое приближение реализуется при больших квантовых числах $n \gg 1$, так как тогда их целочисленность несущественна.

Из двух написанных соотношений легко найдется радиус орбиты r и скорость v электрона на этой орбите:

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{me^2}, \quad v = \frac{e^2}{n\hbar}.$$

Величина

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

называется боровским радиусом. Он характеризует размер облака вероятности электрона в наинизшем по энергии состоянии.

Полная энергия электрона получается суммированием кинетической и потенциальной энергий. Учитывая полученные выше соотношения, легко находим

$$E_n = T + U = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{r} = -\frac{me^4}{2n^2\hbar^2}.$$

При больших квантовых числах n уровни, как видно из приведенной формулы, сближаются друг с другом и становятся квазинепрерывными, как в классической физике.

При переходе с более высоколежащей орбиты n на нижележащую m атом испускает фотон с частотой, находимой из закона сохранения энергии:

$$\omega = \frac{me^4}{2\hbar^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Это соотношение подтверждается многочисленными экспериментами.

При переходе на соседний уровень с квантовым числом $m = n - 1$ циклическая частота перехода

$$\frac{\omega}{2\pi} \approx \frac{me^4}{2\pi n^3 \hbar^3}.$$

Она же равна частоте обращения классического электрона по орбите, равной $v/(2\pi r)$. Это следует из приведенных выше классических формул для скорости и радиуса.

В этом заключается принцип соответствия между квантовой и классической механикой: при больших квантовых числах частота перехода между соседними уровнями равна частоте обращения электрона по соответствующей классической орбите.

Но одного условия $n \gg 1$ недостаточно, чтобы электрон на высоковозбужденной орбите можно было рассматривать как классическую точечную частицу. Облако вероятности может быть сильно размазанным в пространстве. В указанных условиях, когда момент количества движения максимален, облако вероятности представляет собой тонкий тор с радиусом $a = n^2 a_0$ (рис. 1), а отнюдь не точечную частицу.

Численное описание облака вероятности для высоковозбужденных орбит в атоме водорода доста-

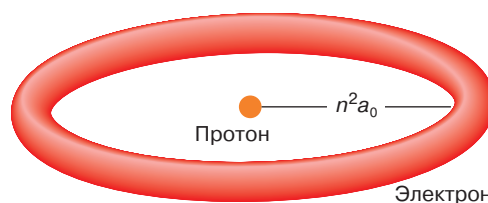


Рис. 1. Облако вероятности для высоковозбужденного циркулярного состояния атома водорода (главное квантовое число $n \gg 1$, орбитальное квантовое число $l = n - 1$, магнитное квантовое число $m = l$) при отсутствии внешнего электромагнитного поля

точно сложно и требует привлечения специальных функций. Чтобы максимально качественно упростить ситуацию, мы поступим следующим образом. Взаимосвязь между квантовым и классическим описанием высоковозбужденных состояний системы, то есть состояний с большими квантовыми числами $n \gg 1$, видна из аппроксимации кулоновской потенциальной ямы в атоме водорода бесконечно высокой прямоугольной сферической потенциальной ямой шириной a [5]. При квантовом описании вероятность найти ее в точке r оказывается имеющей сравнительно простую форму (для сферически-симметричного состояния):

$$W_{\text{кв}}(r) = \frac{2}{a} \sin^2\left(\frac{\pi n}{a} r\right).$$

Эта функция очень сильно осциллирует между значениями 0 и $2/a$. Заменяя среднее значение квадрата синуса на $1/2$, получим классическую вероятность

$$W_{\text{кл}}(r) = \frac{1}{a},$$

нормированную на единицу (как и должно быть) и не зависящую от координаты r , как и должно быть для ямы с плоским дном в классической физике.

Указанное усреднение вытекает из квантово-механического принципа неопределенности координаты частицы, о чем шла речь в разделе 2.

6. ВОЛНОВЫЕ ПАКЕТЫ В ФИЗИКЕ АТОМА

Сначала обратимся к свободным электронам (или каким-либо другим свободным микрочастицам). В квантовой физике о них говорят как о волновых пакетах де Бройля, которые распространяются с групповой скоростью $v = p/m$, где p – средний импульс электрона, а m – его масса. Волновой пакет образуется как суперпозиция состояний с различными импульсами, близкими к среднему значению.

Однако специфика квантовой механики состоит в том, что ширина волнового пакета обычно не остается постоянной со временем, а непрерывно увеличивается. Например, ширина пакета в момент времени t связана с шириной пакета в начальный момент времени 0 соотношением (для простоты при больших временах):

$$\Delta x(t) \propto \frac{\hbar t}{m \Delta x(0)}.$$

Мы видим, что ширина пакета линейно растет со временем. Отсюда видно, что ширина пакета удваивается за время

$$t \propto \frac{m}{\hbar} \Delta x^2(0).$$

Например, для атомного электрона, где величина Δx порядка боровского радиуса a_0 , получим, что время удвоения ширины пакета (то есть время расплывания пакета) порядка 10^{-16} секунды. Это означает, что электрон на низколежащих боровских орбитах заведомо нельзя представлять себе как частицу, обращающуюся вокруг ядра по какой-то классической орбите. Если он в какой-то момент времени и представлял собой почти точечную частицу, то через один оборот вокруг атомного ядра он расплывется в облако вероятности размером в боровский радиус.

Однако если взять пылинку массой в 1 мкг и размером 0,1 мм, то удвоение ее размеров произойдет за 3 млрд лет! Отсюда ясно, что квантовые эффекты существенны только для микрочастиц, в частности в физике атомов и атомных ядер.

Если частица не является свободной, а находится во внешнем потенциальном поле, то волновой пакет может как расширяться во времени, так и сужаться, затем вновь расширяться и т.п. Возможны и ситуации, когда ширина пакета не меняется со временем и он выглядит как стационарное квантовое состояние. Последнее наиболее часто встречается, когда частица находится в сильном переменном электромагнитном поле.

Расширение пакета со временем соответствует диффузионному расплыванию облака вероятности. Сужение пакета отвечает отрицательному коэффициенту диффузии.

7. КОГДА СПРАВЕДЛИВА МОДЕЛЬ Н. БОРА?

Рассмотрим расплывание электрона, находящегося на высоковозбужденной орбите атома водорода. Если снова обозначить через r радиус этой орбиты (предполагаемой для простоты круговой), то электрон можно считать точечной частицей при очевидном условии, что $\Delta x \ll r$. Из последней формулы следует, что за период обращения электрона $t = T$ электрон расплывется в облако размером

$$\Delta x \propto \sqrt{\frac{\hbar T}{m}}.$$

Следовательно, приведенное неравенство может быть переписано в виде

$$m \frac{r}{T} \propto m v r \gg \hbar.$$

Здесь v – скорость электрона на рассматриваемой орбите. Левая часть этого неравенства представляет собой не что иное, как момент количества движения электрона. Как мы видели выше, для высоковозбужденных круговых орбит он велик в единицах постоянной Планка. Это означает, что атомный электрон не успевает расплываться за несколько периодов своего обращения вокруг атомного ядра и в

этом случае его вполне можно рассматривать как классическую частицу в модели Н. Бора.

Расплывание волнового пакета для орбит с $n \gg 1$ можно вообще устранить, если поместить атом в микроволновое поле с частотой порядка частоты обращения электрона на орбите. При этом облако вероятности, изображенное на рис. 2, вращается вокруг ядра в течение многих периодов, имитируя классический точечный электрон.

Спонтанное излучение света для волнового пакета с таких орбит оказывается значительно слабее, чем классическое излучение электрона на той же орбите. Например, классический электрон на бортовской орбите, теряя энергию на классическое излучение, упадет на атомное ядро за очень короткое время порядка 0,1 пс. А излучение волнового пакета на той же орбите на много порядков слабее.

8. ЛОКАЛЬНОСТЬ И НЕЛОКАЛЬНОСТЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Принцип неопределенности отражает также следующее нетривиальное различие между классической и квантовой физикой. В классической физике воздействие внешнего поля на частицу является локальным. Это означает, что поле действует на частицу только в той области, где эта частица может находиться. Однако в квантовой физике внешнее поле может воздействовать на частицу даже там, где

это поле строго равно нулю! Простейший пример такого явления — эффект Ааронова–Бома.

Представим себе достаточно длинный прямолинейный соленоид очень малого диаметра, по которому течет ток, создающий внутри соленоида магнитный поток Φ . Снаружи соленоида магнитное поле строго равно нулю. Электрон движется перпендикулярно оси соленоида с определенным импульсом и рассеивается на нем на некоторый угол φ . Соленоид помещен в коаксиальный металлический цилиндр, запрещающий электрону проникать внутрь этого цилиндра. Поэтому в классической физике электрон не может рассеяться на соленоиде, так как снаружи последнего нет ни электрического, ни магнитного поля, то есть нет сил, которые могли бы повернуть электрон. Казалось бы, и в квантовой физике рассеяние невозможно.

Однако в квантовой физике вероятность рассеяния оказывается отличной от нуля и пропорциональной величине

$$W_{\text{кв}}(\varphi) \propto \frac{\sin^2(\pi\Phi/\Phi_0)}{\sin^2(\varphi/2)}.$$

Здесь квант магнитного потока определен как

$$\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar c}{e},$$

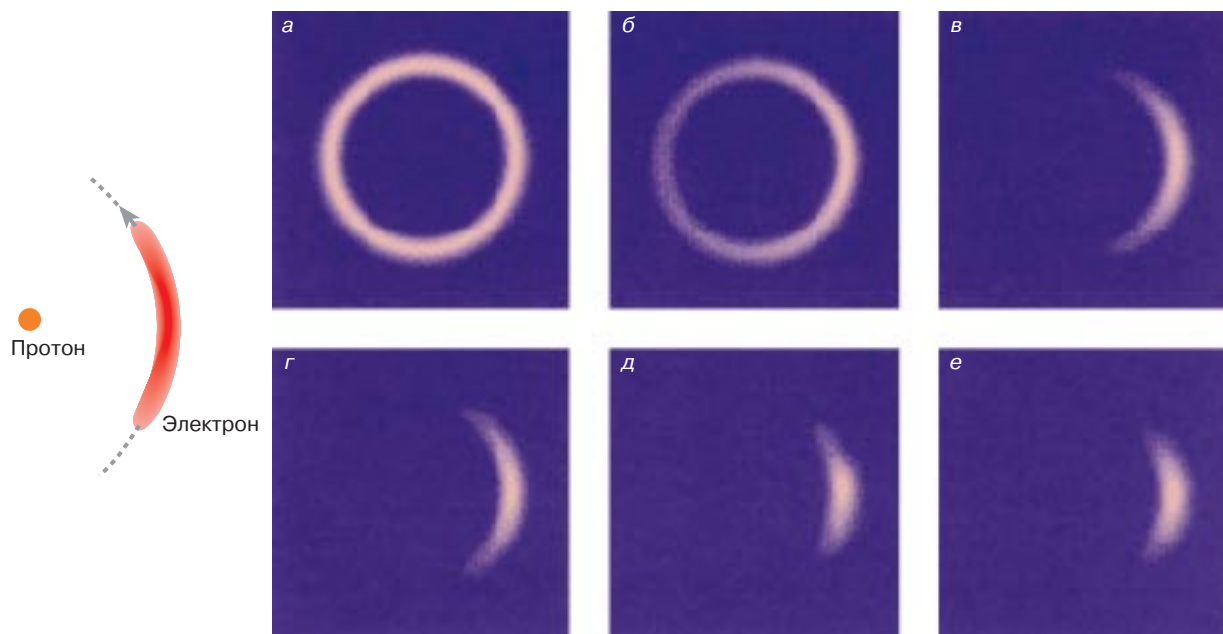


Рис. 2. Образование нерасплывающегося волнового пакета для высоковозбужденного состояния электрона, вращающегося вокруг ядра атома водорода и находящегося в микроволновом поле циркулярной поляризации. Рисунок *а* соответствует начальному невозмущенному циркулярному состоянию, *б* — после 20 периодов поля, *в* — после 60 периодов поля, *г* — после 100 периодов, *д* — после 200 периодов, *е* — конечное стационарное состояние в поле

причем c – скорость света, а e – заряд электрона. Таким образом, рассеяние имеет место, хотя поле вне соленоида отсутствует. Рассеяние отсутствует, как видно из приведенной формулы, только в случае, когда магнитный поток через соленоид равен целому числу квантов магнитного потока.

Если же из электрона образовать волновой пакет, размер которого стремится к нулю (это и соответствует классическому пониманию его как частицы), то оказывается, что эффект Ааронова–Бома исчезает, то есть никакого рассеяния нет.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из сказанного выше, как и из совокупности экспериментальных данных, нельзя дать ответ на вопрос, есть ли объект без прибора или нет. Это соответствует общим философским утверждениям, что нельзя доказать или опровергнуть материализм или идеализм. Таким образом, существуют два типа постулатов: одни постулаты можно подтвердить (с определенной степенью точности) экспериментами, например второй закон Ньютона в классической физике или дискретность атомных уровней в квантовой механике, либо их можно свести к другим постулатам, которые также требуют экспериментального обоснования, например второй закон Ньютона

можно получить из принципа наименьшего действия, и наоборот.

Однако истинность или ложность существования объектов при отсутствии измерительных приборов, разумеется, не может быть установлена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мигдал А.Б. Квантовая физика для больших и маленьких. М.: Наука, 1989. (Б-чка “Квант”; Вып. 75).
2. Зельдович Я.Б., Хлопов М.Ю. Драма идей в познании природы. М.: Наука, 1988. (Б-чка “Квант”; Вып. 67).
3. Юкава Х. Лекции по физике. М.: Энергоиздат, 1981.
4. Борн М. Моя жизнь и взгляды. М.: Прогресс, 1973.
5. Мигдал А.Б., Крайнов В.П. Приближенные методы квантовой механики. М.: Наука, 1966.

* * *

Владимир Павлович Крайнов, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского физико-технического института. Область научных интересов – взаимодействие сильного лазерного излучения с атомами и молекулами. Автор восьми монографий и более 200 статей.