

HYDRODYNAMIC  
INSTABILITY.  
ISOTHERMIC FLOWS

G. Z. GERSHUNI

*The main conditions of the modern theory of hydrodynamic instability are considered. The historical approach has been adopted starting from the origination of the theory, up to its modern numerical and experimental confirmations. Main mechanisms of isothermic flow instability are discussed.*

**Рассматриваются основные положения современной теории гидродинамической неустойчивости. Принят исторический подход – с момента зарождения теории до современных численных и экспериментальных ее подтверждений. Обсуждаются основные механизмы неустойчивости изотермических течений.**

**ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ  
НЕУСТОЙЧИВОСТЬ.  
ИЗОТЕРМИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ**

Г. З. ГЕРШУНИ

Пермский государственный университет

**ЛАМИНАРНОЕ И ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЯ**

Начнем с вопроса, который на элементарном уровне, по-видимому, всем понятен. Известно, что медленное течение жидкости (в этом можно убедиться наблюдая течение воды из водопроводного крана) является плавным, упорядоченным, регулярным. Такое течение принято называть ламинарным. Но если увеличивать скорость течения, происходит внезапный переход к другой форме течения – турбулентной, когда жидкость течет крайне нерегулярно, неупорядоченно, запутанно, хаотически. Элементы жидкости при этом совершают беспорядочные броски, и только в среднем можно говорить о течении в ту или иную сторону. Этот факт (наличие двух форм движения) известен с давних пор, но только в 80-х годах прошлого столетия Осборн Рейнольдс предпринял систематическое изучение перехода от ламинарной формы течения к турбулентной. Он наблюдал ламинарно-турбулентный переход при течении жидкости в круглых каналах разных диаметров, причем варьировался напор жидкости (и, стало быть, средняя скорость течения) и рассматривались разные жидкости с разной вязкостью. Он установил замечательную закономерность, касающуюся критической скорости перехода. Оказалось, что она (критическая скорость) пропорциональна вязкости жидкости и обратно пропорциональна диаметру трубки. Это можно записать в виде

$$u_k = C \frac{\nu}{d}. \tag{1}$$

Здесь  $u_k$  – критическая средняя скорость,  $\nu$  – коэффициент вязкости,  $d$  – диаметр трубки, а  $C$  – константа, которая может зависеть от формы поперечного сечения. Формулу (1) можно переписать так:

$$\frac{u_k d}{\nu} = C. \tag{2}$$

Стоящее в левой части отношение является безразмерным числом, названным числом Рейнольдса в честь исследователя. Таким образом, течение жидкости по каналу можно характеризовать числом Рейнольдса

$$Re = \frac{ud}{\nu}. \tag{3}$$

Если число Рейнольдса мало, течение ламинарное, если велико — турбулентное, и существует критическое значение числа Рейнольдса

$$Re = \frac{u_k d}{\nu} = C,$$

при котором происходит ламинарно-турбулентный переход, смена ламинарной и турбулентной фаз движения. Как позже выяснилось, переход от ламинарной формы к турбулентной происходит не только при течении в трубе (канале). Можно сказать, что он характерен почти для всех течений вязкой жидкости. В частности, обтекание жидкостью крыла, профиля корабля или подводной лодки, тела рыбы или птицы также характеризуется ламинарно-турбулентным переходом, причем формула (2) сохраняет вид, только теперь вместо  $d$  нужно в нее подставить характерный размер обтекаемого тела  $L$ , а константа  $C$  будет зависеть от формы тела.

Важным свойством турбулентного течения (по сравнению с ламинарным) является высокое сопротивление. При прокачивании жидкости по каналу в режиме турбулентного движения приходится преодолевать гораздо большее сопротивление, чем при ламинарном движении. Это более или менее ясно. Ведь сопротивление происходит из-за того, что текущая по каналу жидкость отдает момент количества движения стенкам. В ламинарном режиме это происходит из-за вязкости, точнее, из-за трения жидкости о стенку. В турбулентном же режиме в этой передаче участвуют весьма энергичные турбулентные завихрения, пульсации, это как бы увеличивает эффективную вязкость. Именно с этим связано увеличение сопротивления при течении вязкой жидкости в турбулентном режиме.

### ТУРБУЛЕНТНОСТЬ – ЭТО ХОРОШО ИЛИ ПЛОХО?

Как и всякий вопрос, заданный в лоб, он не имеет однозначного ответа. Хотелось бы сказать, что турбулентность — это, конечно, плохо. Ведь, как уже говорилось, турбулентный режим означает высокое сопротивление. Как бы удалось сэкономить на мощности насосов, прокачивающих жидкость по каналу, если бы режим течения был ламинарным, то есть если бы удалось погасить турбулентность или затян timer ламинарно-турбулентный переход! Аналогичным образом была бы достигнута огромная экономия по мощности двигателей кораблей и подводных лодок, если бы режим обтекания был ламинарным.

Однако взглянем на дело с другой стороны. Пусть мы имеем технологический аппарат, и задача заключается в том, чтобы растворить в жидкости некий объем газа и размешать его равномерно по объему жидкости. Обычно это делается в режиме течения жидкостей — при этом достигается непрерывность производства. Ясно, что в случае ламинар-

ного течения это сделать очень трудно, поскольку в этом режиме практически отсутствует перемешивание отдельных слоев жидкости. Другое дело — турбулентный режим, отличающийся весьма интенсивным перемешиванием. В этом случае газ будет равномерно распределен по объему жидкости без особого труда.

Итак, невозможно однозначно оценить турбулентность и сказать, хорошо это или плохо. Ответ определяется обстоятельствами. Однако, разбирая эти простые примеры, мы вышли на существенный вопрос, важность которого очевидна. Очевидно, что необходимо научиться управлять ламинарно-турбулентным переходом: затягивать его или, наоборот, провоцировать его развитие “раньше”, то есть при меньших числах Рейнольдса. Понятно, что, прежде чем браться за решение этого важного с практической точки зрения вопроса, необходимо предварительно ответить на главный вопрос, который будет обсуждаться в следующем разделе.

### ОТЧЕГО ПРОИСХОДИТ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПЕРЕХОД

Именно этот вопрос для нас сейчас является главным. Ответ на него был сформулирован Рейнольдсом и практически одновременно лордом Рэлеем, замечательным исследователем, обогатившим гидродинамику множеством важнейших результатов. Ответ может быть дан в таком виде: переход к турбулентности наступает вследствие неустойчивости течения жидкости. Здесь требуется пояснение. Первоначальное понятие устойчивости—неустойчивости дается в школьном курсе на примере материальной частицы, находящуюся в одном из двух потенциальных полей: на дне потенциальной ямы и на вершине потенциального холма (рис. 1). И в том и в другом случае мы имеем равновесие, но эти равновесия отличаются одно от другого драматически. В случае *a* возникшее по какой-либо (может быть, случайной) причине возмущение вызывает в системе реакцию, направленную на то, чтобы это возмущение погасить. В случае *б* возникающее возмущение вызывает

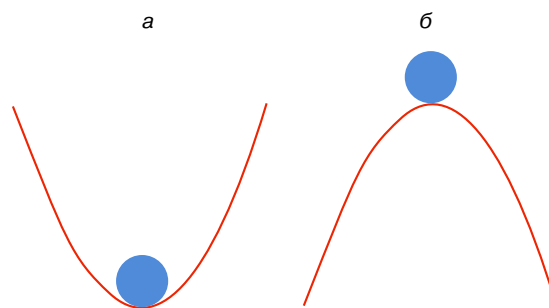


Рис. 1. Простейшие примеры равновесных конфигураций: *a* — устойчивая, *б* — неустойчивая

в системе обратную реакцию: возмущение будет со временем нарастать и система никогда не вернется в исходное состояние.

Теперь вернемся к текущей жидкости. Если сформулированная концепция правильна, то, значит, при малых скоростях (малые числа Рейнольдса) возникающие возмущения не имеют видов на длительное существование, они гаснут со временем и система приходит в свое первоначальное состояние. При больших числах Рейнольдса, наоборот, поток не может бороться с возмущениями, возникающими в нем. Появившись, они будут нарастать со временем. Зарождаясь в различных точках потока, нарастая со временем и накладываясь на основное течение, эти возмущения и создают ту запутанность и беспорядочность потока, которую мы отождествляем с турбулентностью.

Такова основная идея. Она выглядит достаточно убедительно, но это еще не основание, чтобы признать ее правильной. Для этого нужно солидное экспериментальное подтверждение.

## ПРОСТЕЙШИЙ СЛУЧАЙ ОПЫТНОЙ ПРОВЕРКИ ИДЕИ

Итак, переход к турбулентности связан с неустойчивостью, а неустойчивость, в свою очередь, — с возникновением и развитием возмущений. Откуда же в реальной физической системе, какой является движущая жидкость, могут зародиться возмущения? Источников возмущений очень много. Прежде всего реальная установка (канал с движущейся жидкостью) находится на лабораторном столе, которому передаются колебания от стен и пола здания — результат сотрясения из-за проехавшей по соседству машины или, может быть, даже слабого сейсмического возмущения. Далее, вход жидкости в канал практически никогда не бывает идеально гладким, на входе в жидкость вносятся входные возмущения, они движутся вдоль жидкости вместе с ней и могут при благоприятных (неблагоприятных?) условиях нарастать. Стенки канала почти никогда не бывают лишены неровностей, шероховатостей. Обтекающий эти шероховатости поток непрерывно возмущается. Этот список можно было бы продолжать долго. Но есть источник возмущений, принципиально неустранимый. Это так называемые флуктуации. Когда мы говорим, например, что в данной точке потока плотность постоянна, это лишь означает, что она постоянна в среднем. Около этого среднего значения происходят малые, но макроскопические отклонения в ту или другую сторону. Они приводят к макроскопическим (малым) отклонениям (флуктуациям) давления, температуры и скорости. Флуктуации, таким образом, являются постоянно действующим источником возмущений, в принципе неустранимым.

Поставим теперь (мысленно) эксперимент по ламинарно-турбулентному переходу в трубе конеч-

ной длины. Вход в трубу постараемся сделать, насколько это возможно, гладким и постепенным, попытаемся устранить возмущения на входе. От шероховатости стенок также попытаемся отделаться благодаря тонкой шлифовке поверхности. Тот факт, что труба имеет конечную длину, также играет важную роль: представим себе, что в потоке жидкости возникло малое возмущение, которое, во-первых, сносится потоком вниз по течению и, во-вторых, в условиях неустойчивости нарастает. Для его роста требуется некоторое характерное время. Требуется время и для сноса возмущения потоком, оно просто равно (по порядку величины) длине трубы, деленной на скорость потока. Если характерное время нарастания возмущения больше времени сноса, то оно не успеет вырасти на рабочем участке трубы и будет вынесено за его пределы. Если поставить опыт с учетом сделанных оговорок, то получится, что такие важные источники возмущений, как вход и шероховатость стенок, почти полностью устраняются, а те возмущения, которые все-таки возникнут, будут вытеснены потоком за пределы рабочего участка. Результаты такого опыта оказываются удивительными: удается существенно отодвинуть порог возбуждения турбулентности, критическое число Рейнольдса, таким образом, удается увеличить на 2–3 порядка, происходит “затягивание порога турбулентности”.

Можно поставить также опыт с регулируемой шероховатостью стенок. Уменьшить шероховатость можно лишь до определенного предела, скажем до молекулярных размеров. Но можно ее искусственно увеличить, наклеивая на стенки, допустим, мелкие кристаллики контролируемых размеров. Таким образом, удастся создать целую гамму трубок с оцениваемой наперед шероховатостью. Опыт говорит, что в этих случаях порог ламинарно-турбулентного перехода также изменяется в довольно широких пределах, причем критическое число Рейнольдса возрастает с уменьшением шероховатости.

Эти простые опыты говорят о том, что идея связать переход к турбулентности с гидродинамической неустойчивостью здравая. Но для полного спокойствия необходимо, скажем, на примере какой-либо задачи детально сравнить получаемое теоретически критическое число Рейнольдса с опытным его значением. Совпадение этих чисел будет существенным доводом в пользу концепции гидродинамической неустойчивости.

## ТЕОРИЯ. НЕВЯЗКИЙ ПОДХОД

Теория, о которой говорилось в конце предыдущего раздела, в настоящее время существует. Она мало приспособлена для популярного изложения, так как математически весьма сложна. Скажем лишь об одном специфическом моменте. Эта теория умеет следить за развитием только малых возмущений. Это означает, что если в условиях неустойчивости

возмущение растет, то скоро оно перестанет быть малым и выйдет за пределы компетенции теории. Тем не менее начальная тенденция (рост) будет отслежена этой теорией.

Мы не ставим здесь перед собой цель изложить эту теорию по причине, как уже сказано, ее математической сложности. Но можно попробовать проследить за идейными моментами ее эволюции. В этом заключается наша цель.

Пожалуй, следует начать с невязкого подхода, предложенного Рэлеем. Суть его заключается в том, чтобы описывать поведение во времени возникающих в потоке возмущений, не учитывая действия на возмущения вязкости. Вязкость, с одной стороны, представляет собой эффект малый, с другой – все самые интересные явления в теории гидродинамической устойчивости – рост возмущений, возникновение неустойчивости – происходят при больших числах Рейнольдса, то есть, как видно из формулы (2), это эквивалентно малой вязкости. Во всяком случае такой подход представляется в качестве первого шага разумным. К тому же существенно упрощается математический анализ. Благодаря простоте анализа Рэлею удалось установить общие теоремы, которые позволяют судить об устойчивости течения по виду его профиля скорости. Важнейшее значение среди результатов Рэлея имеет теорема о точке перегиба на профиле скорости. Согласно этой теореме, необходимым условием появления неустойчивости течения в канале является наличие точки перегиба, то есть такой точки, в которой обращается в нуль вторая производная по поперечной координате. Поэтому, например, плоское течение Пуазейля, возникающее в плоском канале под действием перепада давления, характеризуется параболическим профилем (рис. 2) и поэтому (в невязком приближении) является устойчивым: вторая производная этого профиля ни в одной точке сечения не обращается в нуль. Течения, которые получаются деформацией профиля Пуазейля, имеют точки перегиба и потому неустойчивы (рис. 3).

Этот простой и замечательный результат Рэлея послужил источником очень долго жившего в тео-

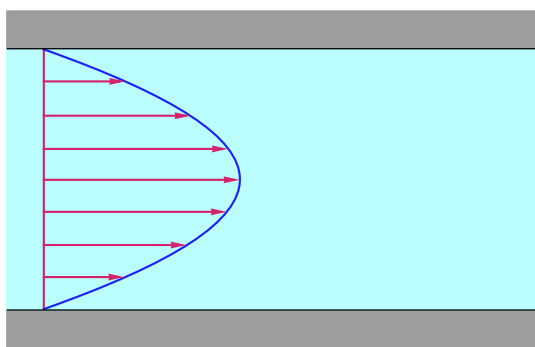


Рис. 2. Профиль скорости в течении Пуазейля

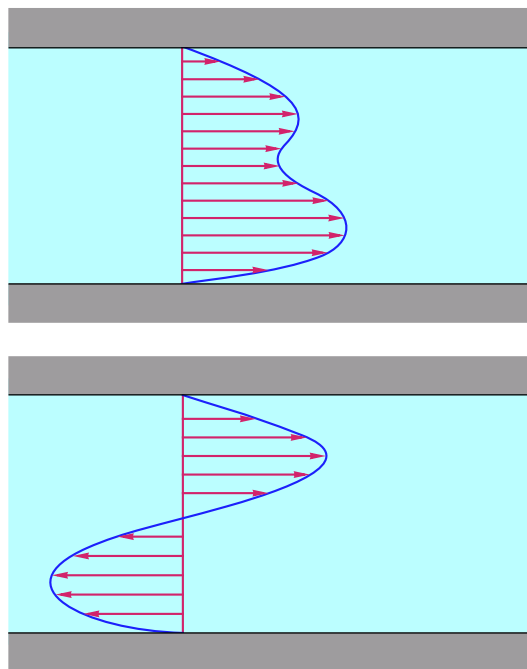


Рис. 3. Примеры профилей скорости с точкой перегиба

рии гидродинамической устойчивости парадокса. Люди рассуждали просто. Течение Пуазейля не имеет точки перегиба и (в невязком приближении) устойчиво. Если построить более полную теорию, учитывающую влияние вязкости на возмущение, этот вывод должен только усилиться: учитывается новый фактор – вязкость, но этот фактор, подавляющий возмущения, диссипативный. С учетом вязкости возмущения будут тем более затухать, если они затухали без учета вязкости. Получается так, что, если без вязкости следует вывод об устойчивости, дальнейший анализ не нужен, вывод и так ясен.

### ТЕОРИЯ ГЕЙЗЕНБЕРГА. НЕЙТРАЛЬНАЯ КРИВАЯ

Между тем продолжались усилия, направленные на решение задачи о поведении возмущений в общей постановке, с учетом воздействия вязкости. Отправным пунктом для подхода В. Гейзенберга (1924 год) служил результат Рэлея, который относится к предельному случаю  $Re \rightarrow \infty$ . Необходимо было корректно определить поправки, относящиеся к случаю больших, но не бесконечно больших значений числа Рейнольдса. Гейзенберг применил метод, который всякий раз применяется в теоретической физике, когда в задаче имеется малый параметр. В нашей задаче такой параметр есть – это обратное число Рейнольдса

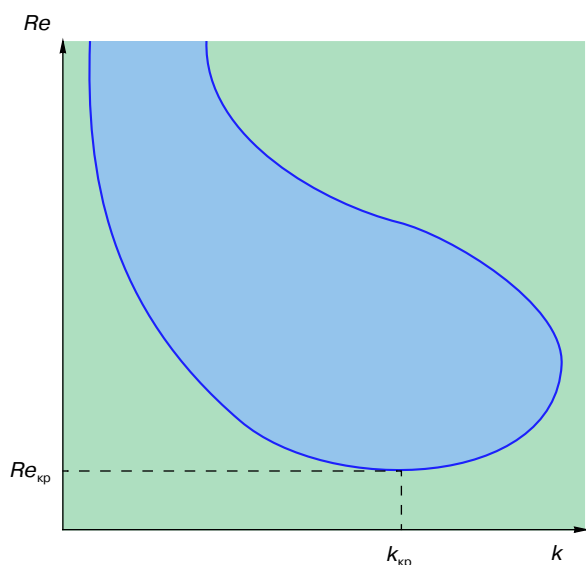
$$\varepsilon = \frac{1}{Re}.$$

Решение задачи в этом случае разыскивается в виде степенного ряда по малому параметру. Гейзенбергу пришлось преодолеть огромные математические трудности на пути к результату. Достаточно сказать, что, когда этот результат был обнародован, не нашлось человека, который взял бы на себя его проверку. Однако пора перейти к самому результату Гейзенберга. Он рассмотрел возмущения, периодически зависящие от продольной координаты. Таким образом, в теории появился дополнительный параметр – длина волны возмущения  $\lambda$ , или, что то же самое, волновое число  $k = 2\pi/\lambda$ . В теории, конечно, фигурирует безразмерное волновое число. Чтобы перейти к размерному, нужно учесть, что  $\lambda$  – тоже безразмерная длина волны, то есть отношение длины волны к характерной длине – полуширине канала  $h$ , таким образом, размерное  $k = 2\pi h/\lambda$ , где  $\lambda$  – размерная длина волны.

Основной результат Гейзенберга – существование нейтральной кривой для течения Пуазейля в плоском канале. Эта нейтральная кривая приведена на рис. 4. Смысл ее таков. Каждая точка этой кривой дает критическое значение числа Рейнольдса для возмущения с данным волновым числом. Внутри петли находится область неустойчивости, за пределами петли – область устойчивости. Каждая точка на кривой, таким образом, является нейтральной (отсюда название – нейтральная кривая). Кривая имеет минимум, координаты точки минимума  $k_{кр}$  и  $Re_{кр}$ :

$$k_{кр} \approx 1,02,$$

$$Re_{кр} \approx 3850.$$



**Рис. 4.** Нейтральная кривая на плоскости волновое число  $k$  – число Рейнольдса  $Re$ . Область неустойчивости выделена синим цветом

В полосе  $Re < Re_{кр}$  все возмущения (с любым  $k$ ) затухают. Если  $Re > Re_{кр}$ , существует целый интервал волновых чисел (от левого края петли до правого), соответствующих растущим возмущениям. Таким образом,  $Re_{кр}$  является критическим значением числа Рейнольдса, в области выше  $Re_{кр}$  течение неустойчиво. Значение  $k_{кр}$  тоже в некотором смысле замечательно. Оно дает волновое число (то есть длину волны) возмущения, которое раньше других начнет нарастать по мере увеличения числа Рейнольдса. Справа от кривой (в области больших  $k$ , то есть коротковолновых возмущений) расположена сплошная область устойчивости – вплоть до бесконечных  $Re$ . Принято говорить, что коротковолновые возмущения гасятся вязкостью.

Результаты Гейзенберга воистину замечательны: он, во-первых, показал, что течение Пуазейля становится неустойчивым при больших числах Рейнольдса; во-вторых, определил критическое число Рейнольдса, начиная с которого эта неустойчивость появляется; в-третьих, определил длину волны наиболее опасного возмущения. Во всей современной теории гидродинамической устойчивости наиболее ценится именно такого рода информация.

#### ДАЛЬНЕЙШЕЕ РАЗВИТИЕ СОБЫТИЙ

Результаты Гейзенберга были приняты интересующейся публикой скептически. Во-первых, как уже говорилось, не нашлось человека, способного пробиться через математические трудности в целях проверки результата. Во-вторых, люди привыкли рассуждать в духе парадокса устойчивости: откуда может взяться неустойчивость с учетом вязкости, если без учета вязкости ее нет (теорема Рэлея). Гейзенберг утратил интерес к задаче и больше никогда к ней не возвращался. Его интересы сместились совсем в другую область, и он вскоре прославился тем, что сформулировал основы новой науки – квантовой механики.

Такое противостояние продолжалось довольно долго, почти 20 лет. За это время появились отдельные работы по теории гидродинамической устойчивости, которые в общем не влияли на ситуацию вплоть до 1943–1944 годов, когда появилась в печати работа американского математика и механика китайского происхождения Линь Цзя-Цзяо. Линь устроил генеральную проверку теории Гейзенберга, многое в ней уточнил, многое доказал из того, что принималось по интуиции на веру, не зря с тех пор теория носит имя двух выдающихся исследователей: Гейзенберга и Линя. Основным результатом Линя – теория Гейзенберга получила дальнейшее подтверждение, в частности подтвердилась нейтральная кривая (она лишь количественно сместилась). Через 10 лет, в 50-х годах, с появлением быстродействующих ЭВМ задача была сосчитана численно, и снова результаты Гейзенберга подтвердились (Л.Г. Томас). Вскоре российский математик А.Л. Крылов продолжил

аналитическую линию, начатую Гейзенбергом. Он строго математически доказал существование неустойчивости при больших числах Рейнольдса. Однако были люди, для которых все это не было убедительным. В самом деле, парадокс устойчивости не раскрывался. Не было ясности в вопросе о том, каким образом вязкость может провоцировать неустойчивость и как в спектре возмущений могут появиться растущие возмущения, имеющие вязкую природу. Отрицательно влияло также отсутствие прямых экспериментальных исследований, которые могли бы подтвердить теорию Гейзенберга—Линя либо опровергнуть ее (это не исключалось).

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ТЕОРИИ

От эксперимента требуется подтвердить либо опровергнуть нейтральную кривую. Если ставить эксперимент в естественных условиях, то есть ожидать появления возмущений с различными  $k$  и измерять для них критические числа Рейнольдса, то ждать придется долго и такой эксперимент не будет убедительным. Г.Б. Шубауэр и Г.К. Скрэмстед (1947 год) предложили отказаться от ожидания естественного возбуждения возмущений с различными  $k$  и перейти к их искусственному введению в поток. В работе названных авторов использовалась узкая лента, которая вводилась в поток перпендикулярно течению и приводилась в поперечные колебания с помощью электромагнитного генератора. От ленты вниз по потоку распространялись волны, затухая или усиливаясь. Частота колебаний могла меняться так, что довольно просто устанавливался нейтральный случай, когда волны не затухали и не усиливались. Таким образом определялись длина волны и волновое число. Число же Рейнольдса было задано заранее. Таким способом удавалось поставить точку на нейтральной кривой. Таких точек набралось довольно много вблизи минимума, и критическое число Рейнольдса было определено с удовлетворительной точностью. Оно совпало с теоретическим значением. Предложенную методику, основанную на искусственном внесении в поток возмущений с заданным волновым числом, позже неоднократно использовали в работах разные исследователи.

### ОТНОСИТЕЛЬНО ПАРАДОКСА УСТОЙЧИВОСТИ

Этот вопрос до сих пор оставался открытым. Между тем хотелось бы на интуитивном уровне (“на пальцах”) понять, каким образом такой диссипативный механизм, как вязкость, может провоцировать неустойчивость. Мы попробуем ответить на этот вопрос используя феноменологические рассуждения.

Рассмотрим физически малый элемент жидкости (то есть малый, но макроскопический, содержащий огромное множество молекул) и представим себе, что он испытывал смещение  $x$  из своего равно-

весного положения. Если  $m$  — масса этого элемента, то уравнение движения для него запишется в виде

$$m\ddot{x} = -\gamma x - \alpha \dot{x}. \quad (4)$$

Здесь  $\dot{x}$  — вторая производная по времени от смещения, то есть ускорение частицы. В правой части (4), как и полагается в уравнении Ньютона, указаны силы, действующие на элемент жидкости. Их две: первая — это возвращающая сила, пропорциональная смещению с обратным знаком,  $\gamma$  — коэффициент упругой связи элемента с точкой его равновесия; вторая — это сила трения, пропорциональная скорости с обратным знаком,  $\alpha$  — коэффициент трения. Уравнение (4) справедливо в любой момент времени, оно описывает затухающие колебания элемента около положения равновесия, их частота есть  $\sqrt{\gamma/m}$ .

Легко представить, что в вязкой среде существует запаздывание в передаче действия от одной точки к другой (ретардация). При этом в упругой силе аргументом у смещения  $x$  будет не мгновенное время  $t$ , а некоторый другой аргумент, отстоящий от  $t$  на  $\tau$ , то есть  $x(t - \tau)$ . Это значит, что возвращающая сила определяется не мгновенным смещением, которое есть сейчас, а тем, которое было  $\tau$  секунд назад. Уравнение (4) принимает вид

$$m\ddot{x}(t) = -\gamma x(t - \tau) - \alpha \dot{x}(t). \quad (5)$$

Единственное отличие этого уравнения от (4) есть сдвинутый назад на величину  $\tau$  аргумент у возвращающей силы. Теперь мы можем разложить в ряд Тейлора  $x(t - \tau)$  по степеням малого смещения  $\tau$  и ограничиться в разложении двумя членами:

$$x(t - \tau) = x(t) - \tau \frac{\partial x}{\partial t}. \quad (6)$$

Возвратимся к уравнению (5), подставив в него разложение (6). Будем иметь

$$m\ddot{x} = -\gamma[x - \tau \dot{x}] - \alpha \dot{x} = -\gamma x - \dot{x}[\alpha - \gamma\tau]. \quad (7)$$

Мы вернулись, в сущности, к уравнению (4), однако с эффективным трением, роль которого играет величина

$$\alpha_* = \alpha - \gamma\tau, \quad (8)$$

то есть получаем уравнение

$$m\ddot{x} = -\gamma x - \alpha_* \dot{x}. \quad (9)$$

Новый коэффициент трения  $\alpha_*$  меньше истинного  $\alpha$  (так как  $\gamma$  и  $\tau$  — величины положительные). Таким образом, мы приходим к выводу, что запаздывание (ретардация) уменьшает коэффициент трения. Более того, можно даже представить, что коэффициент трения станет отрицательным. Но отрицательный коэффициент трения означает, что уравнение (9) описывает колебания с возрастающей амплитудой, то есть неустойчивость.

Таким образом, дестабилизирующая роль вязкости является следствием закона запаздывания в передаче действия в вязкой среде, а это запаздывание,

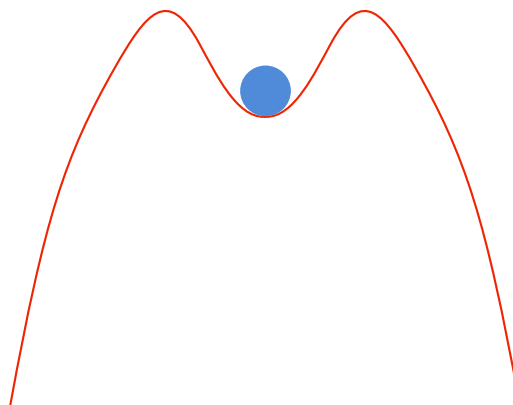
как следует из приведенных феноменологических рассуждений, может изменить знак эффективного трения, то есть вызвать неустойчивость. Для гидродинамиков такое рассуждение было непривычным. Радиофизики же быстро поняли суть дела. Им хорошо знакомо, что в длинных линиях с потерями и запаздыванием могут возникать паразитные токи и волны, то есть происходит возбуждение неустойчивости. Для них гидродинамическое объяснение было хорошим примером взаимного обогащения различных, как будто бы далеких друг от друга наук.

## ДРУГИЕ ТИПЫ ТЕЧЕНИЯ

Драматическая история, о которой говорилось в предыдущих разделах, относится к плоскому течению Пуазейля, то есть течению в плоском канале под действием перепада давления. Теория, как мы видим, оказалась вполне удовлетворительной. Через все математические трудности удалось пройти, получить численное и экспериментальное подтверждение выводам теории. К сожалению, теория пока не в таком состоянии, чтобы судить об устойчивости течения только по его виду, то есть по профилю скорости. Каждое новое течение сейчас составляет для теории новую проблему. И это несмотря на наличие эффективных численных методов, реализуемых на современных компьютерах.

Еще один удачный пример применения теории к анализу устойчивости течения — так называемое течение Тейлора. Это течение возникает в цилиндрическом зазоре между коаксиальными цилиндрами, если внешний цилиндр покоится, а внутренний вращается равномерно вокруг общей оси симметрии. Течение вызывается вращением внутреннего цилиндра, к которому (из-за вязкости) прилипает жидкость. Она увлекается внутренним цилиндром и увлекает остальные слои жидкости. Течение является (при малых скоростях) чисто азимутальным — жидкость движется строго по окружностям. Обнаруживается неустойчивость этого течения при достаточной скорости вращения внутреннего цилиндра (то есть при достаточно большом значении числа Рейнольдса). Критическое значение числа Рейнольдса согласно теории зависит от геометрического параметра — отношения радиусов внешнего и внутреннего цилиндров. Само критическое значение числа Рейнольдса и его зависимость от отношения радиусов находятся в отличном согласии с экспериментом.

Надо сказать и о случаях, которые сегодня следует квалифицировать как неудачи теории. Первый такой случай — так называемое течение Куэтта, то есть течение, возникающее в плоском слое между твердыми границами, которые движутся “в себе” в разные стороны с одинаковыми скоростями. Каждая граница увлекает за собой непосредственно прилегающий к ней слой жидкости, а вообще в слое возникает течение с простейшим — линейным профилем скорости. Применение теории к этому тече-



**Рис. 5.** Пример равновесия, устойчивого относительно малых возмущений и неустойчивого относительно конечных возмущений

нию приводит к удручающему результату: все возмущения (малые) в этом слое при всех числах Рейнольдса затухают, наступает абсолютная устойчивость (при том, что в эксперименте отчетливо фиксируется переход к турбулентности и измеряется критическое число Рейнольдса). Таким же образом обстоит дело и в случае цилиндрического течения Пуазейля, то есть течения в круглой трубе (не в плоском канале) под действием перепада давления. Результат анализа такой же, как в случае течения Куэтта, — абсолютная устойчивость. Этот случай особенно досадный, так как с этой задачи начиналось изучение ламинарно-турбулентного перехода и всякий знает, что такое течение турбулизуется и существует критическое число Рейнольдса, при котором это происходит.

В чем же дело? Ответ на этот вопрос вряд ли сможет кого-нибудь удовлетворить. Он состоит в следующем. Как уже говорилось, вся теория умеет обращаться только с малыми возмущениями. Они затухают. Но, может быть, конечные возмущения будут нарастать! Есть примеры ситуаций, когда малые возмущения затухают, а конечные нарастают (рис. 5). На рис. 5 видно, что малые возмущения будут затухать, а если величина возмущения превосходит некоторое пороговое значение, — нарастать. Но теории, учитывающей конечный уровень возмущений, сегодня не существует.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы познакомились с физическим явлением, широко распространенным в природных условиях и в технике. Постарались проследить идейные этапы теории гидродинамической неустойчивости начиная со времени зарождения самой идеи и до ее современного этапа, включающего численное и экспериментальное подтверждение. Мы старались здесь не обойти стороной трудности теории, так как

преодоление трудностей – столбовая дорога научного познания. К сожалению, мы не охватили один яркий пример, где соображения устойчивости играют первостепенную роль – речь идет о горячей замагниченной плазме. Как известно, через горячую замагниченную плазму лежит наш путь к управляемому термоядерному синтезу. И главным препятствием на пути к управляемому термоядерному синтезу является неустойчивость плазменных систем. Таких неустойчивостей известно около сотни. Каковы эти неустойчивости и, главное, какие пути по части их преодоления сейчас разрабатываются – все эти вопросы, очевидно, очень интересны, но это предмет особого разговора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.

2. Джозеф Д. Устойчивость движений жидкости. М.: Мир, 1981. 638 с.

3. Шлихтинг Г. Возникновение турбулентности. М.: ИЛ, 1962. 203 с.

4. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.

5. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 320 с.

\* \* \*

Григорий Зеликович Гершуни, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Пермского государственного университета. Область научных интересов: теория гидродинамической и конвективной неустойчивости. Автор двух монографий и свыше 200 статей.