

## NEW APPLICATION OF VIBRATION

V. A. BABESHKO

*The article is devoted to applying the vibration methods for prospecting for minerals. Design basis calculation for the equipment for vibration studies of the earth surface is described.*

**В статье излагается применение вибрационных методов для поиска полезных ископаемых. Расчету устройств для осуществления вибровоздействий на поверхность Земли автор посвятил ряд своих исследований [1, 2].**

## НОВОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ВИБРОВОЗДЕЙСТВИЯ

В. А. БАБЕШКО

Кубанский государственный университет, Краснодар

### ВВЕДЕНИЕ

Вибрация находит важное применение, позволяя выяснить структуру глубинного строения Земли. Однако для того, чтобы это понять, придется на некоторое время забыть о вибрации и обратиться к теме, которая вначале может показаться далекой от интересующей нас задачи.

Представьте, что вас поместили в прямоугольную, абсолютно темную комнату, посадили на стул в центре и предложили определить расположение одной из стен по отношению к вам. По-видимому, проще всего решить эту задачу, имея длинную указку, которой можно было бы ощутить на расстоянии стену. Но допустим, такой указки нет, а есть обычные теннисные мячи. Тогда вы, вероятно, сможете справиться с задачей, если будете бросать мячики в разных направлениях, постепенно меняя угол, и дождетесь такого направления, когда брошенный мяч вновь вернется к вам.

Понятно, что две стены комнаты перпендикулярны этому направлению, две другие параллельны ему. Бросая мячи на взаимно перпендикулярные стены и сопоставляя время возвращения мячей, можно определить, какая из стен находится ближе. Описанный эксперимент является грубой, но наглядной моделью, иллюстрирующей идею метода отраженных волн (МОВ), широко используемого в геофизике для изучения глубинного строения Земли, расположения ее слоев (горизонтов) и определения их наклонов по отношению к поверхности Земли.

Разница состоит в том, что стенами в темной комнате являются слои Земли, которые недоступны для обозрения, и таких слоев много. А вместо теннисных мячиков здесь используют волны, возбуждаемые при взрыве заряда на поверхности Земли или на некоторой ее глубине и обладающие способностью частично отражаться от границ слоев и частично проникать в более глубоко расположенные.

Прежде чем снова вернуться к вибрации, рассмотрим более детально МОВ. Для этого придется познакомиться с некоторыми свойствами сейсмических волн, чтобы уяснить их связь с вибрацией.

### УПРУГИЕ ВОЛНЫ, ИХ ФРОНТЫ И ЛУЧИ

Вообразим неограниченную упругую среду, в одной из точек которой произошел взрыв или кратковременное импульсное воздействие ударного типа. Естественно, покоившаяся ранее область придет в

движение, и это движение будет передаваться от точки к точке, стремясь охватить все пространство.

Если среда является упругой изотропной, то есть ее свойства одинаковы по всем направлениям, то произойдут смещения точек среды двух типов. Появятся зоны растяжений и сжатий, расширяющиеся и вовлекающие в движение покоящиеся области. Граница между покоящейся областью и областью, пришедшей в движение, называется фронтом волны. Очевидно, в каждый момент времени фронт волны совпадает с некоторой поверхностью в пространстве, которую называют изохроной. Описанное распространение возмущения называют распространением продольной волны, или Р-волны. При распространении продольной волны точки среды колеблются в направлении ее распространения.

Наряду с продольной волной в изотропной среде могут распространяться волны сдвигового типа – поперечные, или S-волны. При их распространении колебания частиц среды перпендикулярны направлению распространения возмущения. Линия в пространстве, в каждой точке перпендикулярная изохронам, называется лучом.

Лучи и изохроны, или фронты волн, являются важными понятиями в сейсмике. Эти понятия были использованы при формулировании основных физических законов распространения волн в средах.

Какие же это законы? Это принцип Гюйгенса, гласящий, что если известны положение фронтов волн в какой-то момент и скорость распространения волн в любой точке пространства, то для нахождения волновых фронтов в следующий момент времени надо каждую точку фронта рассматривать как независимый точечный источник, излучающий волны. Огибающая фронтов от этих источников и будет фронтом в следующий момент времени (рис. 1).

Другим важным законом сейсмике является принцип Ферми, или принцип наименьшего времени. Он гласит, что время пробега волны вдоль луча меньше времени пробега вдоль любого другого

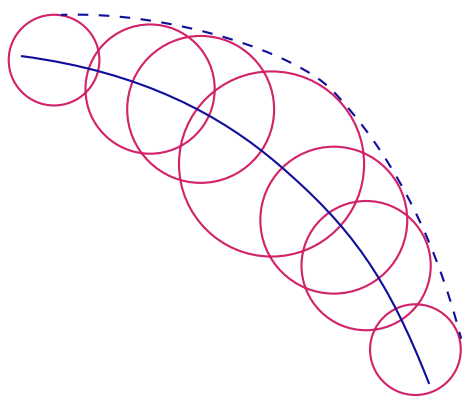


Рис. 1

возможного пути, и позволяет объяснить прямолинейность лучей в однородной среде, в которой скорости волн по всем направлениям одинаковы.

Ну и наконец был сформулирован принцип наложения (или суперпозиции), подчеркивающий линейность задач распространения волн в сейсмике. Этот принцип справедлив только для тех значений параметров, пока нелинейные эффекты малы.

Следствием перечисленного являются законы отражения и преломления волн Снеллиуса, которые описывают поведение волн при прохождении их через плоскую границу из среды с одной скоростью распространения  $v_1$  в среду с другой  $v_2$  (рис. 2). Надо отметить, что при падении на границу раздела сред волны одного типа, например только продольной или только поперечной, в числе отраженной и преломленной волн будут уже волны обоих типов – как продольная, так и поперечная.

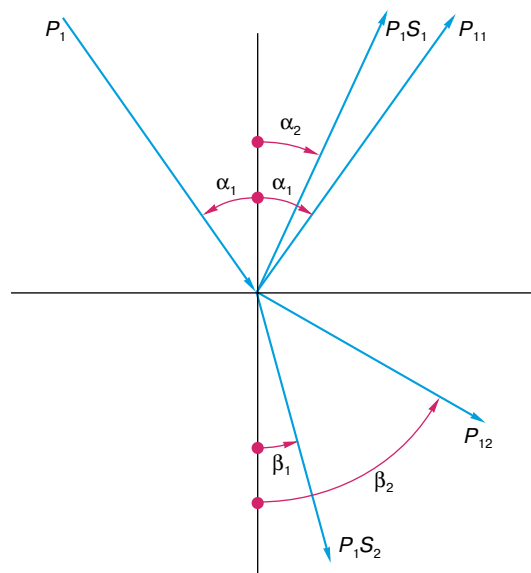
Вывод соотношений закона отражения Снеллиуса можно найти в любом учебнике физики или сейсмике, например в [3].

Формулировка самого закона следующая. Для отраженных волн

$$\frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{\sin \alpha_2}{v_2}; \quad (1)$$

для преломленных волн

$$\frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{\sin \beta_1}{v_3}, \quad \frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{\sin \beta_2}{v_4}; \quad (2)$$



$P_1, P_{11}, P_{12}$  – продольные волны  
 $P_1S_1, P_1S_2$  – поперечные волны

Рис. 2

$v_3, v_4$  – скорости поперечной и продольной волн соответственно. Не будем останавливаться на различных частных случаях падения волн, приводящих к полному внутреннему отражению, сохранению лишь падающей волны и т.д. Эти сведения нам не понадобятся, хотя они крайне важны в других вопросах. Для решения ранее поставленной задачи необходимы только знания о способности границ отражать и преломлять волны. Именно на этом основаны методы использования вибрации для поиска горизонтов.

Необходимо выделить один частный случай падения волны из слоя, в котором волны имеют меньшие скорости, в среду с большими. Это тот случай, когда в формуле (2) угол  $\alpha_1 < \pi/2$ , а  $\beta_2 = \pi/2$ . Последнее произойдет при условии, что

$$\sin \alpha_1 = \frac{v_1}{v_4} < 1. \quad (3)$$

Угол  $\alpha_1$  называется критическим углом падения.

В этом случае в слое, имеющем скорость распространения волны  $v_4$ , появится так называемая проходящая волна, фронт распространения которой перпендикулярен границе раздела сред (рис. 3).

### ОБ ОТКЛИКАХ ВОЛН ПРИ ВЗРЫВЕ

Зная законы распространения сейсмических волн, несложно понять, какие типы волн мы обнаружим, если на поверхности произойдет взрыв. Рассмотрим для простоты двуслойную модель, причем среда верхнего слоя имеет скорость распространения продольных волн  $v_1$  меньшую, чем нижняя, то есть  $v_1 < v_4$ . Проследим за поведением только продольных волн, поведение поперечных волн аналогично. Представление о волновой картине дает рис. 3. Если в точке  $A$  на поверхности или на некоторой глубине, чтобы ослабить акустическую волну, передающуюся воздуху, происходит взрыв, то он порождает

следующую волновую картину. Концентрическими сферами от точки  $A$  распространяются фронты волн. Тот участок из фронтов, который направлен параллельно границе, порождает прямую, распространяющуюся со скоростью  $v_1$  волну. Фронт волны, дошедший до границы раздела, отразится от нее и породит отраженную волну, которая достигнет границы быстрее всего в зоне взрыва.

Наряду с этими волнами фронт прямой волны, падающей под критическим углом  $\alpha_1$ , породит во второй среде проходящую волну, фронт которой в зоне преломления параллелен границе. Проходящая волна по закону Гюйгенса породит в первой среде волну, фронт которой является прямой линией, состоящей вначале из отрезка  $MN$ . Он начинается из точки пересечения головной волны с границей раздела и продолжается до точки касания отрезка с отраженной волной.

Нетрудно понять из рис. 3, что через некоторое время этот отрезок, движущийся параллельно самому себе вправо, выйдет в точке  $C$  на поверхность среды. Волна, фронт которой обозначен этим отрезком, называется головной. Очевидно, ее фронт, имеющий угол наклона к поверхности, равный критическому, движется со скоростью  $v_4$ , то есть проходящей во второй среде волны. Совершенно ясно, что в отличие от отраженной волны головная волна обнаруживается только на некотором расстоянии от взрыва. По прошествии некоторого времени головная волна на достаточном удалении от источника обгонит отраженную и прямую волны и будет единственной, проявляющейся на поверхности, пока в эту точку не придут оставшиеся волны.

Наряду с волнами этих типов на поверхности возникает медленно распространяющаяся поверхностная волна Рэлея, амплитуда которой резко убывает с глубиной [4]. При сейсмическом зондировании эта волна, имеющая значительную амплитуду и

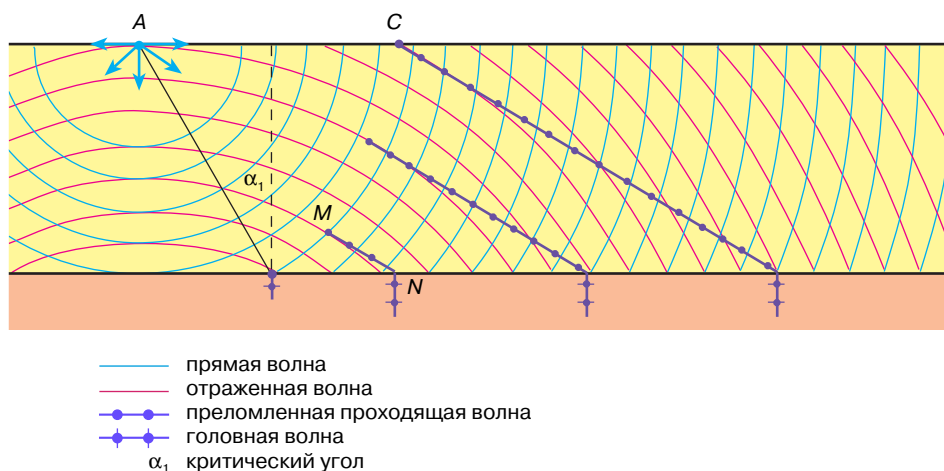


Рис. 3

зону распространения, может помешать измерению отраженной преломленной (головной) волны. Поэтому измерения осуществляют в те моменты времени, когда рэлеевская волна не достигает зоны замеров. Теперь важно подчеркнуть, что поскольку время прихода волн в точки наблюдения разное, то необходимо эти моменты должным образом различать, сопоставляя с точками наблюдения. Это оказывается возможно сделать с помощью графика, называемого годографом.

### ЛИНЕЙНЫЕ ГОДОГРАФЫ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН

Вновь возвратимся к разрезу двуслойной среды и проследим за движением фронта волны, отраженной от границы раздела. Производя измерения времени прихода отраженной волны в равноотстоящие от места взрыва точки поверхности, построим график кривой, называемой годографом, в системе  $(x, t)$ . Тогда, если границы раздела параллельны поверхности среды, годограф будет симметричен относительно оси времени (рис. 4). Если теперь на этом графике построить время прихода фронта головной волны, то, как выяснено выше, ее можно будет наблюдать только начиная с точек  $N_1$  и  $N_2$ , вне этого отрезка. Время появления головной волны на поверхности совпадает со временем прихода в эту точку отраженной волны, падающей под критическим углом. В следующий момент головная волна начинает обгонять отраженную, поэтому годограф  $\Gamma_o$  отраженной волны находится выше годографа  $\Gamma_n$  головной преломленной волны.

Рассмотрим изменение годографа при наклонной границе преломления. В этом случае годограф уже не будет симметричен относительно оси времени. Он будет как бы наклонен в сторону меньших

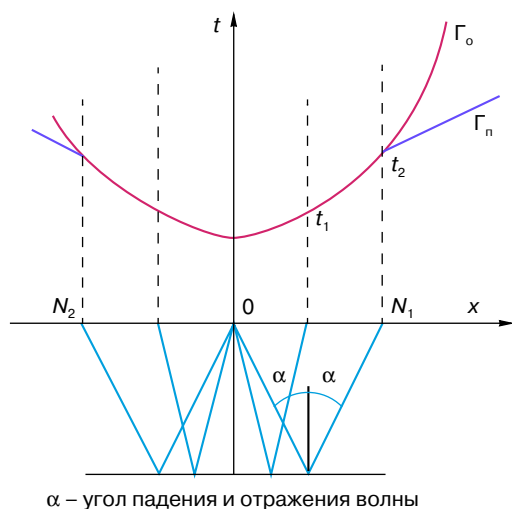


Рис. 4

расстояний до границы преломления. Отсюда получается простое правило: среда с большими скоростями распространения тем сильнее “притягивает” к себе годограф, чем ближе она к поверхности.

Теперь легко понять метод геофизического исследования Земли. В скважине производится взрыв, а слева и справа “коса” (так называют набор приемников сейсмических волн, то есть сейсмоприемников) записывает колебания почвы, фиксируя приход волн различных типов. Эта информация записывается либо в виде сейсмограмм, либо в ином запоминаемом виде. Сейсмограмма имеет каналы – будем называть их строками, – каждый из которых фиксирует показания равноудаленных приемников. На сейсмограмме видно, что приемники принимают приход волн в разное время. Именно координаты  $(x, t)$  – расстояния приемника от источника взрыва и соответствующие им моменты прихода волн – позволяют построить годограф. Если оказывается, что годограф наклонен, то по степени его наклона можно судить о наклоне отражающего горизонта. Заметим, что на практике приходится проводить кропотливый анализ сейсмограмм, так как среда обычно многослойная, что порождает большое количество вступлений волн. Приходится также отфильтровывать, то есть подавлять, волны-помехи, несущие ложную информацию. Метод отраженных волн позволяет также рассчитать и скоростные разрезы, то есть определить скорости распространения различных типов волн в каждом из слоев после того, когда установлены глубины преломляющих границ. В свою очередь, эти скорости связаны математическими соотношениями с механическими модулями среды и их плотностями. Это позволяет, получив информацию об одних характеристиках, находить значения других.

С целью более детального исследования больших глубин, а также для исключения влияния многократно отраженных волн разработаны и другие методы исследования, например метод преломленных волн. Для уточнения отдельных деталей поведения преломляющей границы, особенно если она криволинейная, используется метод многократного проведения взрывов и построений годографов. Этот метод назван методом общей глубинной точки. Однако понятно, что каждый проведенный взрыв меняет структуру почвы, разрушает ее в одних местах и уплотняет в других. Поэтому сейсмограмма, получаемая после очередного взрыва, уже далеко не идентична предыдущей. Особенно сложным оказывается изучение больших глубин, требующих и большой мощности взрыва.

В результате использование взрывов оказывается малоэффективным при применении метода общей глубинной точки и других методов, требующих многократного повторения исследовательского эксперимента. Выход из этого затруднительного положения позволяет найти вибрация.

## ВЗРЫВ БЕЗ РАЗРУШЕНИЯ

Вообразим платформу, лежащую на поверхности Земли и вибрирующую гармонически во времени вертикально с амплитудой  $f_k$  и некоторой частотой  $\omega_k$ . При этом в среде возбуждаются упругие волны. Однако в отличие от взрывов их интенсивность будет гораздо меньше, передний фронт быстро уйдет из зоны платформы, а в достаточно большой зоне установится состояние вибрации. Меняя частоты колебания, будем получать различные состояния. Здесь уже нельзя разграничить отраженные, преломленные, головные волны. Они суммируются, давая сложную картину колебания частиц.

Колеблющиеся платформы, имея достаточно большую площадь, практически не разрушают, как показала практика, почву, а лишь слегка утрамбовывают ее. Если после прекращения вибрации ее вновь возобновить, то картина колебания почвы практически не изменится. Таким образом, вибрация платформы на поверхности приводит к устойчивым информативным процессам.

Колебательный процесс, вызванный вибрирующей платформой, как показали опыты, охватывает большие зоны Земли, а при достаточной мощности вибратора доходит даже до ее ядра. Таким образом, может быть достигнуто неразрушающее колебание большой зоны Земли. Можно ли его использовать для получения информации о строении Земли, ее глубинных зон? Раньше, до появления мощных ЭВМ, это сделать было практически невозможно. Сейчас такая возможность появилась. Оказывается, благодаря закону суперпозиции, упомянутому ранее, импульсное воздействие на среду можно представить в виде суперпозиции гармонических воздействий. Такое представление называется разложением функции в ряд Фурье [5]. Математически это записывается следующим образом:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sin \omega_k t, \quad \omega_k = kt, \quad (4)$$

$$f_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin \omega_k t dt.$$

Или более общее представление, даваемое интегралом вида

$$f(t) = \int_0^{\infty} F(\omega) \sin \omega t d\omega, \quad (5)$$

$$F(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(t) \sin \omega t dt.$$

Например, чтобы получить импульсную функцию вида

$$f(t) = ct^{n-1} e^{-at}, \quad n = 1, 2, \dots; \quad a > 0, \quad (6)$$

достаточно принять в (5)

$$F(\omega) = c(n-1)!(a^2 + \omega^2)^{-n/2} \sin \left[ n \arctg \left( \frac{\omega}{a} \right) \right]. \quad (7)$$

Если теперь в формуле (6) взять произвольное  $n > 1$ , а в качестве  $a$  — большое число, то получим функцию, характерный график которой практически есть импульс с максимумом в точке  $t = (n-1)/a$  и величиной

$$c \left( \frac{n-1}{a} \right)^{n-1} e^{-n+1}. \quad (8)$$

Давая  $c$  достаточно большие значения, можно регулировать величину импульса. Эту же функцию (6) можно разложить в ряд вида (4), вычислив интегралы по приведенной формуле. Это разложение будет справедливо на временном интервале  $0 \leq t < 2\pi$ .

Заметим также, что если мы хотим описать поведение функции  $f(t)$  на интервале времени большей протяженности, то есть  $0 \leq t < \infty$ , то надо воспользоваться интегралом (5).

Но представление функции в виде интеграла (5) приближенно можно заменить представлением в виде ряда, похожего на (4), используя так называемые квадратурные формулы, хорошо известные в интегральном исчислении, а именно представить в виде

$$f(t) = \int_0^{\infty} F(\omega) \sin \omega t d\omega \approx \sum_k f_k \sin \omega_k t, \quad (9)$$

$$f_k = F(\omega_k) \Delta\omega.$$

Здесь  $\Delta\omega$  — малые отрезки разбиения луча  $\omega > 0$ ,  $\omega_k$  — взятые на каждом отрезке точки. Мы не будем обсуждать вопрос о быстроте сходимости этого разложения, заметим лишь, что для выбранной функции (6) эта сходимость будет тем лучше, чем меньше  $\Delta\omega$ . Сопоставляя теперь левую и правую части формулы (9), обнаруживаем, что слева находится импульсная функция, а справа — комбинация периодических во времени функций.

Возвратимся теперь к платформе, вибрирующей на поверхности Земли. Допустим, нам удалось в некоторой точке  $A$  записать колебания  $s_k(t)$  поверхности Земли, происходящие от гармонических воздействий  $f_k \sin \omega_k t$ . Сложим все эти колебания, как если бы они происходили в одно время, то есть составим функцию

$$s(t) = \sum_k s_k(t). \quad (10)$$

Очевидно, в силу закона суперпозиции это будет колебание поверхности в точке  $A$ , происходящее от движения платформы, совершаемого по закону (4) или (9), то есть импульсного, ничем не отличающегося от взрыва на площади контакта плиты со средой.

Именно эта идея положена в основу вибрационной сейсморазведки — неразрушающего метода, позволяющего изучать глубинное строение Земли и осуществлять поиск полезных ископаемых. Посылка сейсмического сигнала осуществляется специальными вибрационными источниками.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разумеется, колебания различных точек на поверхности Земли с разными частотами содержат огромную информацию, и ее обработка стала возможной только с появлением мощных вычислительных машин. Такую информацию надо уметь накапливать, сохранять и затем применять для расчета по формуле (10) или подобной с последующим построением годографов.

Для удобства накопления и обработки сигналов описанная прямая схема зачастую не применяется. Нередко вибросейсмоисточник, чтобы получить широкий спектр колебаний, то есть множество частот  $\omega_k$ , включают на частоте, линейно растущей во времени, то есть  $\omega t$ , а затем обрабатывают сигнал по схеме, подобной изложенной.

Имеются и другие модификации методов, но все они основаны на вибрационном воздействии, имитирующем в конечном счете взрыв.

Определив затем по годографам наклон слоев, ищут те зоны Земли, в которых наклон слоев исчезает. В этих зонах, вероятнее всего, содержатся нефть и газ. Дальнейшие сведения дает бурение. Автору статьи вместе с учениками приходится выпол-

нять работы, связанные с расчетом параметров сейсмоисточников, в том числе и для случая их группирования, с целью наиболее эффективного воздействия на глубинные слои Земли и получения наиболее достоверной информации о них [1, 2].

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Бабешко В.А.* Обобщенный метод факторизации в пространственных динамических смешанных задачах теории упругости. М.: Наука, 1984.
2. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979.
3. *Гурвич И.И.* Сейсморазведка. М.: Недра, 1975.
4. *Гольштейн Р.В.* Поверхностные волны и резонансные явления в упругих телах // Соросовский Образовательный Журнал. 1996. № 11. С. 123–127.
5. *Вишик М.И.* Тригонометрические ряды // Там же. 1997. № 1. С. 122–127.

\* \* \*

Владимир Андреевич Бабешко, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой математического моделирования Кубанского государственного университета, член-корреспондент Российской Академии наук. Область научных интересов: механика деформируемого тела, теория волновых процессов, математическое моделирование экологических и геоэкологических процессов. Автор и соавтор четырех монографий, 250 статей, нескольких изобретений, соавтор научного открытия.