GENERAL CONCEPTS OF DEVELOPMENT OF ADAPTIVE CONTROL SYSTEMS

V. N. FOMIN

The problem of adaptive control of dynamic plants is discussed using a robot-byciclist as an example.

Обсуждается проблема адаптивного управления динамическими объектами на примере задачи о роботе-велосипедисте.

НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В. Н. ФОМИН

Санкт-Петербургский государственный университет

ПРЕДМЕТ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Управление в широком смысле представляет собой воздействие на эволюцию (развитие во времени) того или иного процесса с целью придания ему желаемых свойств. При этом процесс может относиться к различным явлениям окружающего мира и областям человеческой деятельности (загрязнение Мирового океана, освоение космического пространства, социально-экономическая жизнь государств и коллективов людей, дипломатия и военное дело, технология и наука, создание и использование различных технических устройств и их комплексов, жизнедеятельность конкретного организма и т.д.).

Направленные воздействия осуществляет управляющая система, в качестве которой могут выступать человек, естественный или искусственный орган (устройство) и др. Подчеркнем, что в любом случае определение или интерпретация цели управления (желаемых свойств управляемого процесса) являются прерогативой человека или коллектива людей. Так, с научной точки зрения явления природы не являются целенаправленными, хотя очень многие вкладывают прямой смысл в утверждение: ”Мир устроен целесообразно”.

С задачей управления непосредственно связан вопрос: чем и зачем управлять? При соответствующем уточнении создается предпосылка решения задачи управления, что связано с ответом на вопрос: как управлять? Исследование этого вопроса составляет основное содержание теории управления.

В сложившейся математической теории управления первый вопрос является внешним: обычно предполагаются известными математическая модель процесса и необходимые сведения о состояниях модели в те или иные моменты времени, так что ясно, чем надо управлять. Кроме того, цель управления формализована (указана в подходящих терминах), а потому понятно, зачем надо управлять. Хотя в рамках теории управления рассматриваются разнообразные модели управляемых объектов и ставятся различные цели управления, вопрос об их адекватности реальным процессам и неформальным целям управления не ставится. Такой подход к теории управления позволяет широко использовать математические методы исследования. Практическая значимость полученных результатов зависит от содержательности принятых моделей управляемых процессов и целей управления.

Наибольшее развитие теория получила при исследовании процесса управления моделями, описывающими движение относительно простых физических и механических систем. Математические методы исследования проблемы управления лишь начинают пробивать дорогу при изучении моделей окружающей среды, экономических и социологических моделей, при описании сложных явлений в биологии, медицине и т.п.

Исходными являются понятия *объект управления*, *цель управления*, *стратегия управления*. Объект управления (ОУ) характеризуется наличием входного процесса (набором управляющих и возмущающих воздействий), выходного процесса (управляемого процесса или выхода ОУ) и связями между входными и выходными процессами. Теоретики часто отождествляют ОУ с оператором, отображающим заданное множество входных процессов в множество выходных процессов. Это входо-выходное отображение может иметь сложную функциональную форму, но обязано удовлетворять условию причинности: значение выходного процесса в каждый момент времени не должно зависеть от будущих значений входного процесса. Формализованное описание входо-выходного отображения называют также математической моделью управляемого процесса (управляемого объекта). Изменение входного управляющего процесса влечет изменение выходного процесса. Решение задачи управления состоит в требовании указать способ изменения во времени входного управляющего процесса, при котором выходной процесс обладал бы предписанными свойствами (то есть обеспечивал бы поставленные цели управления). Этот способ называют стратегией управления (СУ). Стратегия должна быть допустимой, то есть использовать лишь те данные об ОУ, которые доступны в соответствующий момент времени (эти данные могут изменяться, например, в результате обновления информации в процессе управления), и обеспечивать выполнение некоторых общих условий протекания процесса управления. (Важным из таких условий является обеспечение устойчивости системы управления, это свойство означает, что для любого ограниченного во времени входного процесса соответствующий выходной процесс также должен быть ограничен во времени. В некоторых приложениях требование устойчивости системы управления может выступать в качестве цели управления.) Задача управления предполагает задание класса допустимых стратегий, и ее решение состоит в выборе из этого класса стратегии, обеспечивающей выполнение ЦУ.

ПОНЯТИЕ ОБ АДАПТИВНОМ УПРАВЛЕНИИ

В инженерной практике обычно стремятся построить возможно более простую модель управляемого процесса (которая тем не менее должна отражать основные его свойства). Наличие простых моделей позволяет, в частности, более полно изучить процесс управления путем имитации его с помощью аналоговых либо цифровых вычислительных машин и в итоге выбрать наиболее подходящий режим работы системы управления.

Для современного производства характерны усложнение технологических процессов, ужесточение допустимых отклонений управляемого процесса от предписанных значений и т.д. Совершенствование методов управления в этих условиях предполагает разработку более сложных математических моделей управляемых процессов, позволяющих оптимизировать управление, а использование усложненных моделей порождает проблему задания значений характеристик и параметров модели, нужных для формирования требуемого управления. Более того, некоторые из таких параметров могут дрейфовать во времени вследствие износа или старения тех или иных устройств и механизмов, составляющих ОУ. Иногда можно учитывать подобный дрейф параметров путем регулярной замены изношенных деталей либо путем переналадки управляющей системы, но обычно это требует прерывания технологического процесса и потому может оказаться экономически невыгодным либо даже невозможным по производственным причинам. Широкое внедрение современных ЭВМ в процессы управления технологическими процессами позволяет контролировать изменение параметров без прерывания технологического процесса и использовать текущие значения параметров (либо их оценки) для формирования управляющих воздействий. Если параметры изменяются во времени достаточно медленно (что бывает во многих прикладных задачах управления), то такие методы управления могут оказаться весьма эффективными, поскольку не связаны с прерыванием технологического процесса для тестирования управляемого процесса или ОУ.

РОБОТ-ВЕЛОСИПЕДИСТ

Опишем модельную задачу автоматического управления, на которой продемонстрируем общие подходы к построению адаптивных систем. Пусть объектом управления является двухколесный велосипед, движущийся равномерно (велосипед с моторчиком) и прямолинейно, и наша задача состоит в построении управляющей системы (будем называть ее роботом-велосипедистом), которая должна поддерживать равновесие велосипеда путем соответствующего манипулирования его рулем.

Рассмотрим для определенности случай, когда робот-велосипедист представляет собой устройство, на вход которого поступает сигнал измерителя (датчика, сенсора), равный углу отклонения рамы велосипеда от вертикальной плоскости (значения этого сигнала в момент времени t обозначим $y(t)$), а выходом является сигнал, идущий на устройство поворота руля и указывающий нужный угол поворота руля в тот или иной момент времени. Обозначим: $u(t)$ – значение этого управляющего сигнала в момент времени t. Таким образом, робот-велосипедист предполагается снабженным датчиком, позволяющим получать в каждый момент времени значение угла отклонения рамы велосипеда от вертикальной плоскости. Под действием этого сигнала робот должен вырабатывать управляющий сигнал u, который обеспечивает достаточно малое отклонение рамы велосипеда от вертикальной плоскости. Если математическая модель двухколесного велосипеда полностью известна, то построить соответствующее автоматическое устройство (то есть модель робота-велосипедиста) обычно несложно. Остановимся на этом подробнее. В рамках элементарной теории велосипеда (см., например, [1, гл. VI]) математическая модель двухколесного велосипеда выглядит достаточно просто. Например, при упрощающих предположениях (ось руля вертикальна, проходит через центр переднего колеса и является главной осью эллипсоида инерции передней части велосипеда, массы колес пренебрежимо малы по сравнению с массой системы велосипед + робот) уравнение, описывающее зависимость угла отклонения рамы велосипеда $y(t)$ от управляющего воздействия u (угла поворота руля), в линейном приближении имеет вид[1]

$$\ddot{y}(t) - a_0 y(t) = b_1 \dot{u}(t) + b_0 u(t) + \upsilon(t), \qquad (1)$$

где $\ddot{y}(t) = d^2y(t)/dt^2$ – ускорение угла отклонения рамы велосипеда от вертикальной плоскости; $\dot{u}(t) = du(t)/dt$ – скорость поворота руля; a_0, b_0, b_1 – некоторые постоянные, конкретизирующие принятую математическую модель двухколесного велосипеда; $\upsilon(t)$ – возмущающее воздействие в момент времени t (возмущающее воздействие υ может описывать действующие на велосипед порывы ветра, неровности дороги, а также включать в себя факторы, вызванные несовершенством рассматриваемой математической модели велосипеда). Значения возмущающего воздействия $\upsilon(t)$ обычно неизвестны, но в конкретных условиях управления велосипедом часто удается высказать правдоподобные суждения о некоторых общих свойствах возмущающих воздействий (понятно, что если ничего не предполагать о возмущающих воздействиях в уравнении (1), то принятая математическая модель велосипеда бессодержательна в том смысле, что не удается использовать ее особенности для содержательного анализа задачи управления). Примем, что возмущающее воздействие υ во все моменты времени удовлетворяет условию

$$|\upsilon(t)| \le C_\upsilon \qquad (2)$$

с некоторой достаточно малой постоянной C_υ. Предположение о малости C_υ – уровня возмущающего воздействия υ – означает, что принятая модель велосипеда в виде линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами достаточно хороша, а действующая на велосипед помеха мала. В некоторых идеализированных условиях такие предположения представляются естественными (окончательное суждение о работоспособности основанных на этих предположениях алгоритмов управления могут быть сделаны либо с помощью натурных экспериментов, в которых построенный регулятор – робот-велосипедист – управляет реальным велосипедом, либо имитацией подобных экспериментов на ЭВМ).

Коэффициенты уравнения (1) выражаются через физические параметры модели. Так, например, если постоянная скорость движения велосипеда равна V, база велосипеда (расстояние между осями колес велосипеда) равна c, высота центра тяжести системы велосипед + робот и расстояние от центра тяжести до вертикальной прямой, проходящей через ось заднего колеса, равны соответственно l, h, то в рамках теории элементарного велосипеда могут быть получены следующие значения коэффициентов модели (1) (сам вывод этих соотношений отнюдь не элементарен):

$$a_0 = -\frac{g}{h}, \qquad b_0 = \frac{V^2}{hc}, \qquad b_1 = \frac{lV}{hc}, \qquad (3)$$

где g – ускорение силы тяжести (на поверхности Земли $g \approx 9{,}8$ м/с^2). Схематически система велосипед + робот изображена на рис. 1.

Возможны и более сложные модели велосипеда. Так, в приведенной модели предполагалось, что инерцией руля велосипеда можно пренебречь, то есть прилагаемые к рулю усилия со стороны управляющего устройства достаточно велики. Если нельзя пренебречь инерцией руля, то более адекватная реальному велосипеду математическая модель (даже в линейном приближении) будет сложнее: она описывается парой линейных дифференциальных уравнений второго порядка (см. [1, гл. VI]). Использование такой усложненной модели требует задания дополнительных параметров, таких, как моменты инерции заднего и переднего колес относительно их осей собственного вращения, коэффициент трения в рулевой колонке и т.п. В дальнейшем ограничимся рассмотрением упрощенной модели (1), хотя принципиально дифференциальный порядок

[1] Управление в условиях неопределенности для линейной модели обращенного маятника обсуждается в статье В.А. Брусина [2].

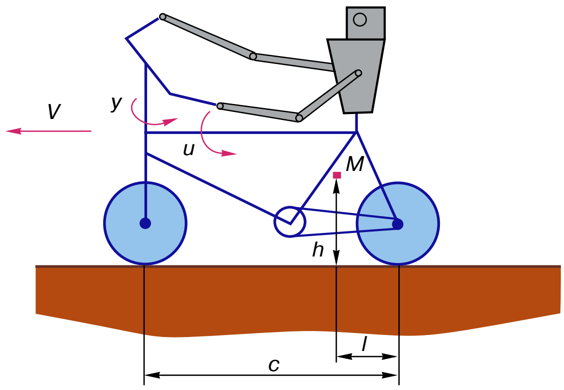

Рис. 1. Схематическое изображение системы велосипед + робот: M – центр тяжести системы с координатами l и h, c – база велосипеда, y – угол отклонения рамы велосипеда от вертикальной плоскости, u – угол поворота руля, V – скорость движения велосипеда.

математической модели несуществен для построения адаптивного регулятора (усложнение математической модели обычно уменьшает эффективность алгоритма адаптивного управления).

Предположим, что в качестве цели управления принято требование обеспечить при всех достаточно больших t неравенство

$$|y(t)| \le C_y, \qquad (4)$$

где C_y – некоторая заданная, достаточно малая положительная постоянная. Таким образом, при выполнении цели управления (4) рама велосипеда будет незначительно отклоняться от вертикальной плоскости, то есть велосипед будет двигаться примерно прямолинейно. Аналогично можно ставить задачу о движении велосипеда по заданной траектории, в этом случае рама велосипеда должна будет отклоняться от вертикальной плоскости в те или иные моменты времени по закону, обеспечивающему перемещение центра тяжести системы велосипед + робот по заданной траектории (цель управления тогда вместо (4) может иметь вид

$$|y(t) - y_*(t)| \le C_y,$$

где $y_*(t)$ – заданная функция отклонений рамы велосипеда от вертикальной плоскости, при которой обеспечивается движение центра тяжести системы велосипед + робот по заданной траектории). Итак, задача состоит в описании алгоритма построения управляющих воздействий $u(t)$, в те или иные моменты времени обеспечивающих выполнение целевого условия (4).

Если постоянные a_0, b_0, b_1 известны, а робот снабжен датчиками, позволяющими в каждый момент времени t измерять $y(t)$ и $\dot{y}(t)$, то можно предложить весьма простые алгоритмы управления (эти алгоритмы определяют способ функционирования робота-велосипедиста). Например, можно принять, что управление u формируется по y с помощью обратной связи

$$b_1\dot{u}(t) + b_0u(t) = -2g_1\dot{y}(t) + (a_0 - g_0)y(t), \qquad (5)$$

где a_0, b_0, b_1 – постоянные из (1), а g_0, g_1 – произвольные положительные постоянные. Объект управления (1), замкнутый обратной связью (5), устойчив в том смысле, что все удовлетворяющие уравнениям (1), (5) функции $y(t)$, $u(t)$ стремятся к нулю при $t \longrightarrow \infty$. Действительно, уравнение (1) с учетом (5) можно переписать в виде

$$\ddot{y} + 2g_1\dot{y} + g_0y = \upsilon(t). \qquad (6)$$

Если помеха отсутствует ($\upsilon(t) \equiv 0$, $t \in T$), то общее решение уравнения (6) имеет вид (для простоты примем, что $g_0 < g_1^2$)

$$y(t) = c_1\exp\{\mu_1 t\} + c_2\exp\{\mu_2 t\}, \qquad (7)$$

где μ_1, μ_2 – корни уравнения

$$\mu^2 + 2g_1\mu + g_0 = 0 \quad (\mu_{1,2} = -g_1 \pm [g_1^2 - g_0]^{1/2}) \qquad (8)$$

и c_1, c_2 – произвольные постоянные. В силу положительности коэффициентов g_0, g_1 обратной связи (5) оба корня уравнения (8) (в предположении $g_0 < g_1^2$) являются отрицательными числами, а потому независимо от начальных данных (независимо от значений постоянных c_1, c_2) функция (7) экспоненциально быстро убывает до нуля при $t \longrightarrow \infty$. Таким образом, при достаточно больших t модуль функции (7) будет удовлетворять целевому неравенству (4). Этот же вывод остается справедливым и при ненулевой, но достаточно малой помехе (постоянная C_υ достаточно мала).

Построение управляющей системы усложняется, если параметры модели неизвестны. В этом случае естественно воспользоваться адаптивными методами управления, когда неизвестные значения параметров ОУ оцениваются тем или иным способом в режиме функционирования управляемого объекта и найденные текущие оценки используются при формировании управляющих воздействий. Подобный идентификационный подход к адаптивному управлению обсуждается ниже в применении к роботу-велосипедисту.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ В ЗАДАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМОГО ОБЪЕКТА И СПОСОБЫ ЕЕ ПРЕОДОЛЕНИЯ

Необходимость в адаптивном управлении возникает, когда математическая модель задана не полностью, например с точностью до значений конечного набора параметров. Для линейных моделей такими параметрами могут быть коэффициенты описывающего ОУ уравнения (для модели велосипеда (1) неизвестными могут быть все или часть коэффициентов a_0, b_0, b_1). В подобных ситуациях говорят о параметрической неопределенности модели.

В условиях параметрической неопределенности классические методы управления, основанные на полном знании значений всех параметров системы, обычно оказываются непригодными и приходится эти методы дополнять теми или иными способами восстановления неизвестных значений параметров математической модели ОУ. Иногда достаточно точные оценки значений параметров можно получить из анализа входо-выходных сигналов управляемого объекта. Всякий такой способ, позволяющий с необходимой точностью восстанавливать неизвестные значения параметров, можно интерпретировать как процесс адаптации (приспособления). После завершения процесса адаптации приходим к обычной задаче управления (неизвестные значения параметров восстановлены с необходимой точностью и тем самым преодолена начальная неопределенность задания математической модели). Алгоритмы адаптации могут требовать различного времени для получения требуемых оценок (это время называется временем адаптации). С практической точки зрения важны алгоритмы, время адаптации у которых не слишком велико, причем сами алгоритмы достаточно простые. Эти противоречивые условия (а также ряд других) трудно формализуемы, но могут успешно изучаться путем имитации алгоритмов адаптивного управления на ЭВМ.

Имеется некоторый универсальный подход к преодолению параметрической неопределенности. Несколько неточно говоря, этот метод основан на случайном переборе возможных значений неизвестных параметров с проверкой “качества” выбранного параметра. Подобная идея самонастройки была воплощена английским ученым У.Р. Эшби [3] в изобретенной и построенной им кибернетической машине для моделирования явления гомеостаза – механизма удержания существенных переменных живого организма (таких, как температура, давление крови, ее состав и т.п.) в физиологических пределах. Интересные соображения, связанные с процессами самоорганизации более сложных систем и образования структур “с памятью”, есть в работе [4].

Можно показать, что при достаточно общих условиях подобный метод самонастройки закончится за конечное время, то есть на каждой реализации “подходящие” оценки будут найдены после конечного числа попыток. К сожалению, на большинстве реализаций этого переборного процесса время его завершения (время адаптации) оказывается чрезмерно большим (и оно быстро нарастает с увеличением числа оцениваемых параметров). Поэтому, несмотря на универсальность, описанный случайный перебор в практических задачах малоэффективен и используется крайне редко. В нашем случае неизвестные параметры входят в уравнение (1) линейно, это обстоятельство позволяет воспользоваться одним из методов направленного перебора. Приведем один из таких методов оценивания, основанный на предположении, что помеха ограничена во времени, см. (2). Соответствующие оценки оказываются подходящими, если уровень C_υ помехи достаточно мал.

КОНЕЧНО-СХОДЯЩИЕСЯ АЛГОРИТМЫ АДАПТАЦИИ. МЕТОД РЕКУРРЕНТНЫХ ЦЕЛЕВЫХ НЕРАВЕНСТВ

В рамках идентификационного подхода к задаче адаптивного управления разработан достаточно общий метод оценивания, помеха в рамках этого метода может вообще не быть случайной (математическое понятие случайного процесса предполагает некоторые свойства его измеримости, что трудно проверить в прикладных задачах). Метод разработан в Ленинградском–Санкт-Петербургском государственном университете научным коллективом, работающим под руководством чл.-кор. Российской Академии наук В.А. Якубовича, и широко используется в качестве алгоритма адаптации. Некоторые предварительные итоги по обоснованию этого метода и применению его в разнообразных задачах адаптивного управления приведены в книге [5] (см. также [6]). Этот метод в применении к задаче о роботе-велосипедисте можно описать следующим образом.

Примем для определенности, что известным является коэффициент b_1 уравнения (1), тогда как коэффициенты a_0, b_0 неизвестны (случай, когда неизвестны все коэффициенты, исследуется аналогично). Будем предполагать, что множество $\mathbf{Q}$ возможных их значений является ограниченным замкнутым множеством (например, $\mathbf{Q}$ может быть прямоугольником с центром в некоторой точке $\{a_0', b_0'\}$). Пусть фиксирован некоторый способ получения оценок неизвестных значений параметров a_0, b_0. Обозначим: $a_0(t)$, $b_0(t)$ – оценки, отвечающие моменту времени t. Функции $a_0(t)$, $b_0(t)$ строятся как кусочно-постоянные, изменяющиеся лишь в дискретные моменты времени $\{t_k, k = 1, 2, ..., t_k \in T\}$ и принимающие постоянные значения в промежутках между этими значениями,

$$a_0(t) \equiv a_0(t_k), \quad b_0(t) \equiv b_0(t_k), \quad t_k \le t \le t_{k+1}. \tag{9}$$

Выбор моментов времени $\{t_k, k = 1, 2, ..., t_k \in T\}$ и соответствующих значений оценок $a_0(t_k)$, $b_0(t_k)$ может осуществляться по-разному. Ограничимся лишь пояснением, в чем состоит метод рекуррентных целевых неравенств в рассматриваемой задаче о роботе-велосипедисте.

Вводя обозначение $f(t) = \ddot{y}(t) - b_1\dot{u}(t)$, перепишем модель (1) в виде

$$f(t) - a_0(t)y(t) - b_0(t)u(t) =$$
$$= (a_0 - a_0(t))y(t) + (b_0 - b_0(t))u(t) + \upsilon(t). \qquad (10)$$

Из равенства (10) и неравенства (2) следует, что неравенства

$$|f(t) - a_0(t)y(t) - b_0(t)u(t)| \le 2C_\upsilon, \qquad t \in T, \qquad (11)$$

относительно величин $a_0(t)$, $b_0(t)$ разрешимы (они, очевидно, выполнены при $a_0(t) \equiv a_0$, $b_0(t) \equiv b_0$). Если функции $a_0(t)$, $b_0(t)$, удовлетворяющие континуальной системе неравенств (11), как-то получены, то в силу (10) уравнение ОУ может быть записано в виде

$$f(t) - a_0(t)y(t) - b_0(t)u(t) = w(t), \qquad (12)$$

где функция $w(t) = (a_0 - a_0(t))y(t) + (b_0 - b_0(t))u(t) + \upsilon(t)$ (с неизвестными значениями) может рассматриваться как "помеха" в нестационарном ОУ (12), и эта помеха в силу (11) удовлетворяет неравенству

$$|w(t)| \le 2C_\upsilon. \qquad (13)$$

Сказанное справедливо при любом выборе управления u. Примем теперь, что управление формируется с помощью обратной связи

$$b_1\dot{u}(t) + b_0(t)u(t) = -2g_1\dot{y}(t) - (a_0(t) + g_0)y(t), \qquad (14)$$

где g_0, g_1 – произвольные положительные числа, $g_1^2 \ge g_0$. Уравнение (12) тогда преобразуется к виду

$$\ddot{y} + 2g_1\dot{y} + g_0 y = w(t).$$

Как и в случае уравнения (6), отсюда при достаточно малой постоянной C_υ в неравенстве (13) и начальных данных в системе управления (12), (14) следует выполнение неравенства (4). Таким образом, задача управления свелась к нахождению оценок $a_0(t)$, $b_0(t)$, удовлетворяющих неравенствам (13).

Неравенства (13) в рамках обсуждаемого метода рассматриваются как целевые, то есть использование их решения обеспечивает выполнение цели управления (4). Заметим, что эти неравенства не "заданы" заранее, до начала процесса управления: чтобы проверить, выполнено или нет соответствующее неравенство в момент времени t, следует вычислить величину

$$s(t) = \ddot{y}(t) - a_0(t)y(t) + - b_1\dot{u}(t) - b_0(t)u(t) =$$
$$= f(t) - a_0(t)y(t) - b_0(t)u(t), \qquad (15)$$

для чего нужно с помощью датчиков получить значения величин $\ddot{y}(t)$, $y(t)$, $\dot{u}(t)$, $u(t)$, а для этого требуется управлять объектом до момента времени t, управление же в этот момент времени (см. (14)) зависит от оценок $a_0(s)$, $b_0(s)$, $s < 1$. Неравенства (11) приходится решать последовательно, или рекуррентно, чередуя процесс получения оценок с процессом формирования управляющих воздействий. Эти свойства обсуждаемого подхода к задаче адаптивного управления и послужили основанием назвать его методом рекуррентных целевых неравенств.

Таким образом, отыскание нужных оценок сводится к решению рекуррентных целевых неравенств вида (11). При этом требуется в действительности найти такое решение a_0', b_0', для которого неравенства (11) будут выполняться лишь с некоторого конечного момента t' (с этого момента параметры робота-велосипедиста восстановлены с необходимой точностью, и он будет успешно справляться с задачей удержания велосипеда в вертикальном положении, то есть с этого момента времени будет обеспечиваться целевое неравенство (2)). Ввиду ограниченности объема статьи не будем останавливаться на подробном выводе соответствующих алгоритмов оценивания (настройки параметров). Отметим лишь, что неравенство (11) в каждый момент времени t определяет полосу шириной $2C_\upsilon$ в плоскости параметров $\{a_0, b_0\}$. В качестве алгоритма настройки может быть выбран, например, алгоритм проектирования текущей оценки $a_0(t)$, $b_0(t)$ на срединную плоскость этой полосы, направляющий вектор которой и расстояние до начала координат определяются соответственно вектором $(y(t), u(t))$ и числом $f(t)$. Соответствующие формулы могут быть найдены, например, в [5, 6], где приведены различные алгоритмы подобного рода под названием алгоритмов адаптации "Полоска". Эти алгоритмы при естественных предположениях обладают свойством сходимости за конечное число итераций, то есть на каждой реализации процесса управления существует конечный момент времени t' – момент завершения процесса адаптации, начиная с которого для полученных оценок $a_0(t) = a_0(t')$, $b_0(t) = b_0(t')$ будут выполнены неравенства (11). Момент завершения процесса адаптации зависит от конкретной реализации помехи υ, действующей на ОУ (1), и, вообще говоря, может быть сколь угодно большим.

В рамках метода рекуррентных целевых неравенств получены разного рода теоретические оценки скорости сходимости алгоритмов типа "Полоска". Однако эти теоретические оценки являются весьма грубыми и, как показывают эксперименты по имитации адаптивного робота-велосипедиста на ЭВМ, сильно завышенными. Многочисленные имитационные эксперименты на ЭВМ продемонстрировали высокую эффективность метода рекуррентных целевых неравенств даже в условиях, когда классические методы типа широко известного метода наименьших квадратов оказываются несостоятельными. Более подробно эти вопросы обсуждаются, например, в [5, 6].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Широко распространена интерпретация задачи адаптивного управления как совокупности взаимосвязанных задач оценивания и собственно управления. В действительности задача адаптивного управления может рассматриваться как задача собственно управления в условиях неполного наблюдения вектора состояния, если под вектором состояния ОУ понимать набор переменных, описывающих развитие во времени объекта, дополненный набором неизвестных параметров. Однако исследование подобной задачи управления может оказаться весьма сложной проблемой. Например, если исходный объект линейный, то после включения неизвестных его коэффициентов в состояния расширенного ОУ приходим к нелинейному ОУ со всеми вытекающими сложными проблемами управления нелинейными объектами.

Сложившаяся теория адаптивного управления учитывает линейность ОУ, что позволяет построить эффективные алгоритмы адаптивного управления. Такие алгоритмы естественно возникают, например, в рамках метода рекуррентных целевых неравенств, о котором упоминалось выше. Эффективность конечно-сходящихся алгоритмов типа “Полоска” подтверждается многочисленными и разнообразными экспериментами по имитации адаптивного управления не только в применении к роботу-велосипедисту.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Неймарк Ю.И.*, *Фуфаев Н.А.* Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967.

2. *Брусин В.А.* Об управлении динамическими системами в условиях неопределенности // Соросовский Образовательный Журнал. 1996. № 6. С. 115–121.

3. *Эшби У.Р.* Конструкция мозга. М.: Мир, 1964.

4. *Кадомцев Б.Б.* Динамики и информация // Успехи физ. наук. 1994. Т. 164. № 5. С. 487–530.

5. *Фомин В.Н.*, *Фрадков А.Л.*, *Якубович В.А.* Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981.

6. *Фомин В.Н.* Математическая теория обучаемых опознающих систем. Л.: Изд-во ЛГУ, 1976.

* * *

Владимир Николаевич Фомин, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета. Область научных интересов: теория оптимального и адаптивного управления, теория оптимальной и адаптивной фильтрации, теория обучаемых опознающих систем, теория параметрических колебаний в распределенных системах. Автор более 200 научных работ, в том числе девяти монографий (три из них в соавторстве).