

ВОЗНИКНОВЕНИЕ КОНВЕКЦИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СЛОЯХ ЖИДКОСТИ

Ф. А. ГАРИФУЛЛИН

Казанский государственный технологический университет

FREE CONVECTION IN HORIZONTAL LIQUID LAYERS

F. A. GARIFULLIN

The physics of convective instability in horizontal liquid layers under heating from below is discussed. Information about dissipative structures are given.

Обсуждаются механизмы возникновения конвективной неустойчивости в горизонтальных слоях жидкости при подогреве снизу. Приводятся некоторые сведения о диссипативных структурах.

www.issep.rssi.ru

ВВЕДЕНИЕ

Первоначально термин «конвекция» был предложен в 1834 году англичанином Вильямом Прутом (W. Prout) для описания распространения тепла в движущейся жидкости. Термин этот происходит от латинского слова “convectio”, что означает “принесение, доставка”. Конвекция возникает при существовании тепловой неоднородности в жидкостной и газовой средах. Такая неоднородность является источником движения в результате действия различных механизмов, например, таких, как поверхностное натяжение, подъемная сила. Существует также стабилизирующее воздействие вязкости, стремящееся подавить движение. Фундаментальной характеристикой процесса возникновения конвекции является существование порога, выше которого существует организованное движение упорядоченных структур.

Интерес к теории конвективной устойчивости обусловлен ее многочисленными техническими приложениями. С различными аспектами проблемы приходится встречаться, например, при исследовании условий возникновения конвекции, устойчивости неизотермических потоков в промышленных и лабораторных установках, применяемых в современной технике.

Явления конвективной устойчивости оказывают существенное влияние на закономерность процессов термодиффузионного разделения изотопов и кристаллизации, тепловые режимы электрической аппаратуры, особенности теплового взрыва в химически реагирующей смеси, поведение плазмы, тепловые режимы хранения нефтепродуктов в емкостях и на процессы, происходящие в химической технологии. Теория конвективной устойчивости с успехом используется в астрофизических и геофизических приложениях для объяснения физических явлений в зонах конвективной неустойчивости Солнца и звезд, природы конвективных структур атмосферы и океана.

Впервые возникновение конвекции в горизонтальном слое жидкости было описано Джеймсом Томсоном (James Thomson) в 1888 году. Он наблюдал сотообразные структуры в сосуде с мыльной водой. Кроме того, он отметил, что аналогичные структуры он увидел в тарелке с охлаждающимся говяжьим бульоном. Систематическое исследование конвективных движений в горизонтальном слое жидкости начинается с работ Б. Бенара (B.N. Benard) в 1900 году. В своем объяснении возникновения сотообразных шестиугольных ячеистых структур Бенар анализировал роль вязкости жидкости и поверхностного натяжения.

Первое теоретическое исследование задачи возникновения конвекции в горизонтальном слое жидкости было выполнено Рэлеем (Lord Rayleigh) в 1916 году для двух свободных границ. Анализ Рэля позднее был расширен Джеффри (H. Jeffreys) и Лоу (A.R. Low) для двух жестких и смешанных границ. Было установлено, что переход от режима теплопроводности (диффузии) к режиму конвекции в горизонтальном слое жидкости, подогреваемом снизу, происходит при некотором критическом значении безразмерного комплекса, названного впоследствии числом Рэля. Это число определяет отношение подъемных сил к силам вязкостного трения. Теория Рэля объясняет возникновение конвективного движения под влиянием архимедовых подъемных сил.

Граничные условия, использованные Рэлеем, были искусственными, хотя решение, полученное на этой основе, позволило получить простое решение спектральной краевой задачи, учитывающей особенности проблемы.

Конвекция в плоском горизонтальном слое жидкости, подогреваемом снизу, имеет особенности, характерные для многих явлений гидродинамической устойчивости. Конвекция Рэля–Бенара дает богатые возможности для исследования процессов самопроизвольного возникновения упорядоченных пространственных структур. В этой конвекции пространственные и временные эффекты расщеплены, что создает большие удобства как для экспериментального, так и для теоретического изучения. Подробный анализ проблем формирования пространственных структур, отбора их форм и масштабов, смены режимов конвекции приводится в работе [1].

Критические значения параметров, при которых происходит потеря устойчивости, зависят от скорости релаксационных процессов и запаса энергии на отдельных степенях свободы, то есть от мощности источника, вызывающего неравновесное распределение энергии внутри системы. Задачи такого рода возникают в химически реагирующих газах, разрядных плазмах

и активных средах газовых лазеров, в верхних слоях атмосферы Земли и др. Обобщения задачи Рэля–Бенара на случай неравновесного газа изложены в работе [2].

МЕХАНИЗМ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Известно, что распространение локализованных градиентов температуры и скорости через слой жидкости определяется уравнением тепловой диффузии. Для распределения температуры коэффициентом диффузии является температуропроводность $\chi = \lambda / (\rho_0 C_p)$, где C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, ρ_0 – плотность жидкости, λ – коэффициент теплопроводности. Коэффициентом диффузии для распространения количества движения (вихря, градиента скорости) в жидкости является кинематическая вязкость: $\gamma = \eta / \rho_0$, где η – коэффициент динамической вязкости.

Эти коэффициенты диффузии позволяют определять порядок величин характеристического времени релаксации градиентов в слое глубины d :

$$\tau_t = \frac{d^2}{\chi}, \quad \tau_v = \frac{d^2}{\gamma}.$$

Отношение этих времен является числом Прандтля, которое контролирует развитие по времени этих двух типов градиентов:

$$\text{Pr} = \frac{\tau_t}{\tau_v} = \frac{\nu}{\chi}.$$

Рассмотрим случай, когда нижняя граница слоя имеет температуру выше, чем верхняя граница, то есть когда в слое устанавливается постоянный отрицательный градиент температуры.

Кажется, что стратификация, образованная более плотным слоем, находящимся выше менее плотного слоя, всегда является неустойчивой. Покажем, что это не совсем так. В действительности на жидкий элемент B , который находится в менее плотной области, не действует сила, толкающая его вверх, так как его горизонтальное окружение имеет такую же плотность (рис. 1).

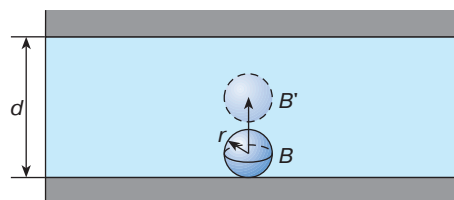


Рис. 1. Смещение сферического элемента жидкости для анализа сил, действующих на этот элемент после начала движения

Рассмотрим теперь случай, когда частица B перемещается в положение B' . Если это движение достаточно быстрое, чтобы температура между частицами не успевала выравниваться, то эта частица будет окружена более плотной областью, что приводит к возникновению архимедовой подъемной силы. Эта сила может поддерживать начальное подъемное движение.

Основной вопрос относительно устойчивости слоя может быть сформулирован так: успеет ли отрелаксировать разность температуры между жидким элементом и его окружением, пока этот элемент пройдет расстояние порядка d ? Отметим, что эта разность температуры необходима, чтобы возникла подъемная сила, поддерживающая движение. Таким образом, нужно сравнивать два времени: время перемещения и время тепловой релаксации. После начального смещения элемент жидкости подвергается двум противоположным силам. Первая сила — подъемная архимедова сила F_A , которая пропорциональна ускорению силы тяжести g , плотности ρ_0 , коэффициенту объемного расширения жидкости α , разности температуры в слое ΔT и элементарному объему r^3 :

$$F_A \sim g\alpha\rho_0\Delta Tr^3.$$

Вторая сила — сила сопротивления вязкости, направленная против движения. Эту силу можно записать по формуле Стокса

$$F_v \sim 6\pi\eta rV,$$

где η — динамическая вязкость, V — скорость элемента жидкости с радиусом r . Приравняв эти силы, получим время, необходимое для преодоления расстояния d жидким элементом:

$$t = \frac{d}{V} = \frac{6\pi d\eta}{g\alpha\rho_0\Delta Tr^2}.$$

Движение элемента будет поддерживаться, если время тепловой релаксации больше, чем t , то есть $\tau_t > t$.

Ясно, что, чем крупнее элемент жидкости, тем он более склонен к движению (дольше время тепловой жизни, выше скорость). Так, если рассматривать элемент, радиус которого стремится к d , условие возникновения движения, таким образом, можно записать в виде

$$\frac{\alpha g \Delta T d^3}{\nu \chi} > A,$$

где A — некоторая константа. Выражение, стоящее слева, называется числом Рэлея, оно является параметром, определяющим устойчивость в слое жидкости, к которому приложен вертикальный градиент температуры.

Таблица 1

Характер границ поверхности	$Ra_{кр}$	$a_{кр}$	$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{a_{кр}}$
Обе свободные	657,11	2,22	2,828
Обе жесткие	1707,76	3,11	2,016
Верхняя свободная, нижняя жесткая	1100,65	2,68	2,342

Таким образом, если Ra выше некоторого критического значения, слой жидкости теряет устойчивое состояние покоя и в нем возникает конвективное движение.

В табл. 1 приведены значения критических параметров, определяющих возникновение конвекции в горизонтальном слое жидкости, подогреваемой снизу, для различных граничных условий.

В таблице $Ra_{кр}$ — критическое число Рэлея, $a_{кр}$ — критическое волновое число возмущения, характеризующее периодичность возмущений, $\lambda_{кр}$ — критическая длина волны возмущения.

Отметим, что при математическом описании столь сложного физического явления и Рэлей и последующие исследователи были вынуждены использовать упрощающие предположения. Условие бесконечности горизонтального слоя жидкости всегда будет выполняться с некоторым приближением. Обычно это условие выполняется при $d/L < 10$, где L — горизонтальная протяженность слоя.

ТЕРМОКАПИЛЛЯРНЫЙ МЕХАНИЗМ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СЛОЯ

Выше мы упомянули о первых экспериментальных работах, выполненных Бенаром, по изучению устойчивости горизонтального слоя жидкости. К сожалению, тщательно выполненные экспериментальные результаты в дальнейшем не были проанализированы с теоретической точки зрения. Рэлей и другие исследователи предполагали поверхности слоя плоскими и имеющими или постоянную температуру, или постоянный тепловой поток.

В экспериментах Бенара нижний слой жидкости поддерживался при постоянной температуре, а на свободной поверхности ни температура, ни тепловой поток не были постоянными. Скорее всего в экспериментах Бенара на поверхности жидкости был постоянный коэффициент теплоотдачи. Поверхность натяжения жидкости была не очень большой (в качестве исследуемой жидкости использовался китовый жир с температурой плавления 46°C), и это не могло обеспечивать гладкость поверхности жидкости, как это подразумевали последующие исследователи.

Вводя в жидкость частицы ликопидия диаметром около 20 мкм, Бенар визуализировал циркуляционное движение внутри наблюдаемых шестиугольных ячеек. Он провел тщательные наблюдения свободной поверхности тонкими методами того времени, разработанные для изготовления телескопов, и дал количественную оценку максимального значения понижения и возвышения уровня свободной поверхности. Оказалось, что максимальный прогиб свободной поверхности составил 0,5 мкм для слоя толщиной 1 мм. Поэтому Бенар считал важным фактором неоднородность поверхностного натяжения для возникновения неустойчивости в слое. Однако эту идею он не развил. На рис. 2 приведены схема бенаровских ячеек и форма свободной поверхности, наблюдаемая Бенаром.

Желая сопоставить теоретические результаты Рэлея и экспериментальные данные Бенара, Лоу и Д. Брунт (D. Brunt) вычислили градиент температуры в слое жидкости, требуемый для неустойчивости в экспериментах Бенара. Оказалось, что градиенты температуры были в десятки раз меньше, чем требуемые по теории Рэлея.

Необходимость рассмотрения градиента поверхностного натяжения в качестве основной причины возникновения неустойчивости в тонком горизонтальном слое возникла после краткого сообщения М. Блэка (M.J. Block). Он нашел, что ячейчатая конвекция в горизонтальном слое может встречаться тогда, когда градиент температуры по крайней мере на порядок меньше, чем требуется существующими теориями по устойчивости горизонтального слоя. В то время как теория предсказывает устойчивость слоя, охлаждаемого снизу, Блэк наблюдал ячейки Бенара в тонком слое, охлажденном также снизу. Он пришел к заключению, что ячейки Бенара, наблюдаемые им в экспериментах, образовались в результате изменения поверхностного натяжения, которое, в свою очередь, вызвано неоднородностью температуры на свободной поверхности жидкости.

Рассмотрим условие на свободной границе. Связанная с неоднородностью коэффициента поверхностного натяжения σ тангенциальная сила на единицу

площади плоской поверхности $f = \nabla \sigma$. Граничное условие на свободной поверхности с учетом термокапиллярных сил для бесконечного горизонтального слоя запишется в виде

$$S_{in} \mathbf{n}_k = \frac{\partial \sigma}{\partial x_i}, \quad (1)$$

где S_{in} — тензор вязких напряжений на границе, $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к свободной границе. Учитывая закон Ньютона для вязкой жидкости, можно записать

$$S_{in} = \eta \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_n} + \frac{\partial V_n}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

где V_i — скорость движения жидкости, η — динамическая вязкость, запишем проекции уравнения (1) на горизонтальные оси (x, y). Учитывая на свободной поверхности $V_z = 0$, получим

$$\eta \frac{\partial V_x}{\partial z} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad \eta = \frac{\partial V_y}{\partial z} = \frac{\partial \sigma}{\partial y}. \quad (3)$$

Используя уравнение непрерывности $\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0$ и дифференцируя первое соотношение по x , а второе по y , получим

$$\eta \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} = - \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} \right). \quad (4)$$

Если считать, что поверхностное натяжение изменяется с температурой линейно, то

$$\sigma(t) = \sigma_0 - \gamma T, \quad (5)$$

где $\gamma = -\frac{\partial \sigma}{\partial T}$ — температурный коэффициент поверхностного натяжения. Обычно $\sigma > 0$. Тогда уравнение (4) можно переписать с учетом (5)

$$\eta \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} = \gamma \nabla^2 T, \quad (6)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

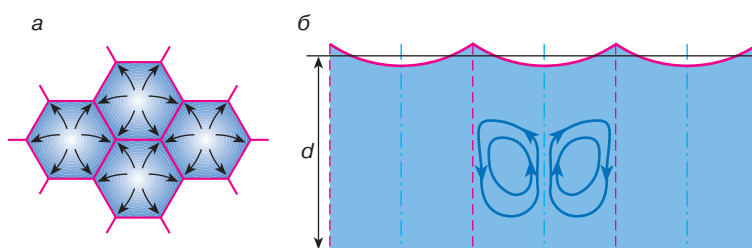


Рис. 2. Схема ячеек Бенара: а – схема шестиугольных конвективных ячеек с восходящим потоком в центре; б – вид поверхности и циркуляция в ячейке

Из уравнения (6) в случае малых возмущений трудно получить амплитудные уравнения на свободной поверхности:

$$V'' = -a^2 \theta M; \quad (7)$$

здесь V , θ — амплитуды возмущений скорости и температуры, $M = \beta \gamma d^2 / (\eta \chi)$ — число Марангони, β — вертикальный градиент температуры. Штрихи означают производную по z . Из закона теплоотдачи на свободной поверхности можно получить следующее выражение для амплитуды возмущения температуры:

$$\theta' = Bi \cdot \theta, \quad (8)$$

где $Bi = \alpha d / \chi$ — число Био, безразмерный коэффициент теплоотдачи; α — коэффициент теплоотдачи. Случай $Bi = 0$ соответствует теплоизолированной свободной поверхности, $Bi = \infty$ — изотермической поверхности.

Так же как и число Рэлея, число Марангони зависит от волнового числа возмущения a . Зависимость $M(a)$ имеет минимум при некотором $a_{кр}$. С увеличением теплоотдачи $M_{кр}$ возрастает, а минимум смещается в сторону коротких волн. Предельный случай $Bi = \infty$ означает переход к изотермической свободной границе. В этом случае градиент поверхностного натяжения отсутствует на границе и, следовательно, термокапиллярная неустойчивость невозможна.

Исследование относительного вклада каждого из механизмов в конвективную неустойчивость слоя показывает, что существует связь минимальных критических чисел $Ra_{кр}$, $M_{кр}$ и $a_{кр}$ для определения границы устойчивости равновесия при одновременном действии обоих механизмов.

Как уже отмечено, при $Bi = \infty$ неустойчивость возникает только благодаря подъемным силам и $Ra_{кр} = 1100,65$.

Для случая $Bi = 0$, то есть теплоизолированных свободных границ, $Ra_{кр} = 669$, $M_{кр} = 79,6$ соответственно, когда неустойчивость обусловлена только гравитационным или только термокапиллярным механизмом.

Природа неустойчивости подогреваемого снизу слоя жидкости со свободной границей зависит от толщины слоя, критическое значение которого определяется выражением

$$d_{кр} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g \beta}}.$$

В тонком слое ($d \ll d_{кр}$) кризис вызывается термокапиллярным механизмом. В толстом слое определяющую роль в возникновении конвекции играет подъемная сила. В промежуточной области конкурируют оба механизма.

О важности исследований термокапиллярных явлений свидетельствует тот факт, что в космических экспедициях “Аполлон XIV, XVII” и “Союз-6” проводились исследования процессов свободной конвекции, вызванной термокапиллярными силами в условиях ослабленной гравитации ($10^{-6}g$).

Известно, что поверхностное натяжение изменяется не только с температурой, но также в присутствии поверхностно-активных веществ (ПАВ). Если с ростом концентрации ПАВ σ уменьшается, то силы направлены вдоль поверхности жидкости и стремятся увеличить площадь области с повышенной концентрацией ПАВ. Если вещество таково, что с ростом его концентрации σ увеличивается, то, наоборот, возникающие силы стремятся уменьшить площадь. Поверхностные силы вызывают движение приповерхностных слоев жидкости, которые из-за вязкости, в свою очередь, увлекают более глубокие слои. Возникает конвективное движение (рис. 3).

Известно также, что с увеличением концентрации адсорбированного на поверхности слоя вещества σ уменьшается. Если под влиянием возмущений элемент жидкости всплывает на поверхность, то в данном месте поверхности образуется участок с относительно меньшей концентрацией примесей и, следовательно, с большим σ . Возникают тангенциальные силы, направленные радиально к этому участку поверхности. Эти силы направлены противоположно термокапиллярным силам, обусловленным неоднородностью температуры поверхности. Так, наличие адсорбированной пленки оказывает стабилизирующее действие на возникновение термокапиллярной конвекции. Дополнительная тангенциальная сила, обусловленная неоднородностью концентрации вещества в адсорбированной

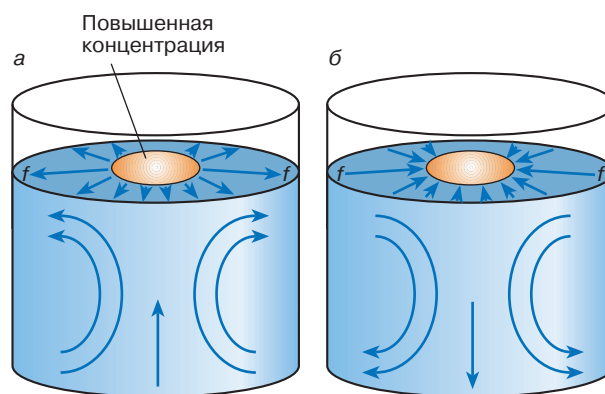


Рис. 3. Влияние ПАВ на движение поверхностного слоя: а) $\frac{\partial \sigma}{\partial C} < 0$, б) $\frac{\partial \sigma}{\partial C} > 0$

пленке, может увеличивать критическое число Марангони на несколько порядков.

ДВИЖЕНИЕ ПОСЛЕ НАЧАЛА КОНВЕКЦИИ

Возвратимся к модели сферического элемента. Вследствие симметрии движение элемента вниз встречается с той же вероятностью, как и движение вверх менее плотного элемента. Эта равновероятность показана на рис. 4.

При $Ra_{кр}$ существует бифуркация (ответвление) по двум симметричным ветвям. Кроме того, устойчивое неподвижное состояние заменяется устойчивым конвективным движением: говорят, что при $Ra_{кр}$ имеет место обмен устойчивостями.

Выбор между ветвями бифуркаций является полностью произвольным. На практике даже такое отклонение от идеализации бесконечного слоя, как присутствие горизонтального градиента на боковой стенке, ограничивающей жидкий слой, исключает неопределенность в выборе направления скорости движения. Рассмотрим случай, когда боковые стенки, ограничивающие жидкость, имеют большую теплопроводность, чем жидкость. Так, если превысим $\Delta T_{кр}$ относительно быстрым нагревом нижней пластины, тепло продиффундирует быстрее по боковым стенкам, которые являются более теплопроводными, чем сама жидкость. Индуцированный горизонтальный градиент вызывает восходящее движение на этой границе, что и определяет выбор одной из ветвей бифуркации. Если, наоборот, охлаждается верхняя пластина, по таким же соображениям конвекция начинается с нисходящего движения у боковых границ.

Все сказанное справедливо только в начале конвекции, далее структура потока может изменяться. Тем не менее очень важно указать на существенную роль боковых границ в начинающейся конвекции.

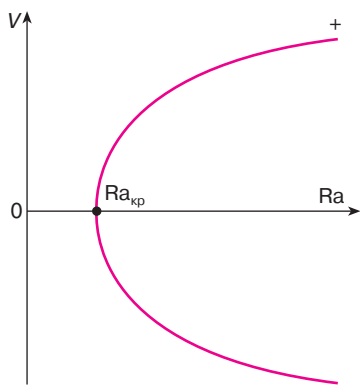


Рис. 4. Иллюстрация нормальной бифуркации при $Ra_{кр}$

Конвективная структура теплопередачи полностью определяется геометрической конфигурацией боковых стенок. Здесь имеются два случая:

- а) цилиндрические сосуды: конвективные структуры состоят из concentрических тороидальных роликов;
- б) промежуточные емкости: структура конвективных движений состоит из прямых роликов, параллельных короткой стороне (рис. 5).

Наконец, укажем случай, когда наблюдается равновероятная симметрия восходящих и нисходящих потоков даже при отсутствии тепловых дефектов на границах.

В анализе задачи возникновения конвекции до сих пор предполагалась независимость от температуры физических свойств жидкости, конечно за исключением плотности. Такое допущение составляет содержание приближения Буссинеска (J. Boussinesq).

Теперь рассмотрим случай, когда эти физические свойства изменяются с изменением температуры, так что они значительно отличаются вблизи холодной и теплой пластин. Гипотеза Буссинеска здесь уже несправедлива. Например, если вязкость заметно выше вблизи холодной пластины, чем вблизи теплой, теплая жидкость тогда имеет число Рэлея, которое выше, чем для холодной жидкости, и, учитывая предыдущие аргументы, будет поддерживаться восходящее движение, а нисходящее движение будет существовать лишь только для обеспечения сохранения постоянства потока. В этом примере движущая сила конвекции в основном сосредоточена внизу, амплитуда скорости восходящих потоков будет больше, чем нисходящих. Обратное тоже может быть, например, если вязкость выше у теплой стенки, что справедливо для газов. Здесь амплитуда скорости нисходящего потока будет выше.

В этом случае структура с роликами больше несовместима с асимметрией в амплитудах скоростей восходящих и нисходящих потоков. Появляются новые структуры, так называемые полигоны. В частности,

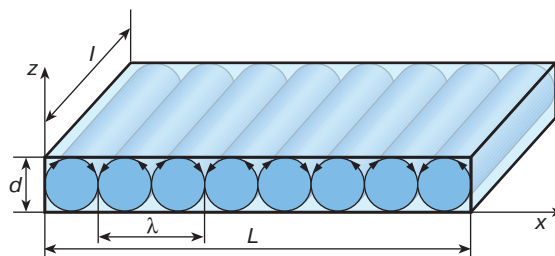


Рис. 5. Схематическое представление роликовых ячеек в прямоугольной кювете

знак в центре шестиугольников определяется заранее природой влияния отклонения от гипотезы Буссинеска.

Рассмотренные выше стационарные ячейки Бенара И. Пригожин назвал диссипативными структурами. В отличие от равновесных структур (например, кристаллы) такие структуры образуются и сохраняются благодаря обмену энергией и веществом с внешней средой в неравновесных условиях. Это кооперативное явление отражает внутренние закономерности рассматриваемого процесса. Речь идет о самоструктурировании, то есть о самоорганизации. Явление самоорганизации представляет собой реализацию согласованного поведения подсистем. Если, например, размер ячейки Бенара в экспериментах имеет порядок 1 мм, в то время как характерный пространственный масштаб действия межмолекулярных сил составляет 10^{-7} мм, то отдельные ячейки Бенара содержат около 10^{21} молекул. Тот факт, что такое число частиц может демонстрировать когерентное поведение несмотря на случайное движение каждой частицы, является одним из основных свойств, характеризующих возникновение сложного поведения.

Рассмотрение вопросов, относящихся к такой самоорганизации, объясняется в новой дисциплине, на-

зываемой синергетикой. Этот термин используется для установления связи между представителями разных наук (физики, гидродинамики, биологии, химии) на основе изучения сложных явлений самоорганизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гетлинг А.В. Формирование пространственных структур конвекции Рэлея–Бенара // Успехи физ. наук. 1991. Т. 161, № 9. С. 1.
2. Осипов А.И., Уваров А.В. Неравновесный газ: Проблемы устойчивости // Там же. 1996. Т. 166, № 6. С. 639.

Рецензент статьи А.И. Осипов

* * *

Фоат Асадуллович Гарифуллин, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой “Технология конструкционных материалов” Казанского государственного технологического университета, член-корреспондент АН Татарстана. Лауреат Государственной премии по науке и технике Республики Татарстан. Область научных интересов – физика жидкостей, реофизика. Автор около 300 публикаций, в том числе шести монографий.