

СКОЛЬКО СУТОК В ГОДУ, ИЛИ КАК УСТРОЕН КАЛЕНДАРЬ

Ш. И. ЦЫГАНОВ

Башкирский государственный университет, Уфа

HOW MANY DAYS IN A YEAR

Sh. I. TSYGANOV

The main parameters of Earth's motion and calendar problems are discussed.

В статье содержится описание основных характеристик движения Земли вокруг Солнца и ее вращения около своей оси, а также связанные с этим проблемы календаря.

Все расскажем про восход и про закат...

Рок-группа ДДТ

Что написано на листке календаря? Число, месяц, год. Все? Нет, еще время восхода и захода Солнца, долгота дня. Откроем 22 июня 2000 года: восход в 3.44, заход в 21.18, долгота дня 17.34 часов. На странице 22 декабря 2000 года стоят такие числа: 8.57; 15.59; 7.02. Наблюдательный человек сразу же может сообразить, что эти цифры не могут быть верными на всей территории России хотя бы потому, что в Заполярье 21 декабря полярная ночь, ни захода, ни восхода Солнца там не наблюдается несколько месяцев. Видимо, эти данные в календаре приведены для Москвы, и для каждой точки на земном шаре они свои. Давайте разберемся, от чего они зависят еще, как устроен любой календарь и можно ли вычислять момент восхода и захода Солнца в любой точке любой планеты не только Солнечной системы, но и абстрактной планеты, вращающейся вокруг одной абстрактной звезды.

Как хорошо известно, еще древние знали три календаря: связанный с высотой Солнца в течение суток, последовательными фазами Луны, сменой времен года. Как известно нам, первый из них связан с вращением Земли около своей оси и положением Земли на ее орбите, второй календарь – с вращением Луны вокруг Земли и нас интересоваться не будет, третий связан с вращением Земли вокруг Солнца.

ВРАЩЕНИЕ ЗЕМЛИ ВОКРУГ СОЛНЦА

Начнем изучение с движения Земли по своей орбите вокруг Солнца. Это движение вкупе с фактом наклона оси вращения Земли к плоскости ее орбиты отвечает прежде всего за смену времен года, а также за изменение длины дня и ночи.

Будем рассматривать невозмущенное движение, то есть не будем учитывать гравитационное влияние на Землю планет Солнечной системы, и прежде всего Луны. В этом случае орбиту Земли можно представлять

как эллипс, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Параметры этого эллипса таковы: большая полуось $a = 149,6$ млн км, малая полуось $b = 144,6$ млн км. Таким образом, этот эллипс мало отличается от окружности, что подтверждает мера сжатости эллипса – его эксцентриситет $e = 0,0167$. Точка П, в которой Земля ближе всего к Солнцу С, и находится на расстоянии 147,1 км от него, называется перигелием, наиболее удаленная точка А (152,1 км) – афелием (рис. 1).

Расстояние Земли от Солнца переменна и зависит от угла ϑ , который называется истинной аномалией и равен углу от направления на перигелий до ее радиус-вектора, отчитываемому в направлении движения Земли, следующим образом:

$$R(\vartheta) = |\vec{r}(\vartheta)| = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\vartheta}.$$

Скорость движения Земли по орбите также постоянна и определяется вторым законом Кеплера, который гласит, что тело при движении по эллиптической орбите движется с такой скоростью, что за равные промежутки времени его радиус-вектор заметает фигуры равной площади или $\frac{dS}{dt} = K = \text{const}$. Наибольшая скорость Земли равна 30,28 км/с в перигелии, а наименьшая – 29,29 км/с в афелии.

Найдем положение Земли на орбите в зависимости от времени. Будем считать, что в момент времени $t_0 = 0$ угол $\vartheta_0 = 0$. Очевидно, что при таком выборе начальной фазы, обозначив длину года, то есть время прохождения всего эллипса, через T_0 , получим $\vartheta(T_0/2) = \pi$ и $\vartheta(T_0) = 2\pi$.

Найдем формулу, связывающую центральный угол ψ со временем t . Радиус-вектор $\rho(\psi) = a\cos\psi \vec{i} + b\sin\psi \vec{j}$ и $\vec{r}(\psi) = \vec{\rho}(\psi) - c\vec{i} = (a\cos\psi - c)\vec{i} + b\sin\psi \vec{j}$. Тогда

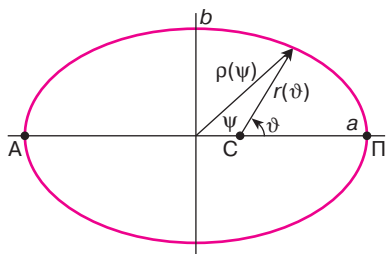


Рис. 1

$$\begin{aligned} dS &= |[\dot{\vec{r}}(\psi), \dot{\vec{r}}(\psi + d\psi)]| = |[\dot{\vec{r}}(\psi), \dot{\vec{r}}(\psi) + \dot{\vec{r}}'(\psi)d\psi]| = \\ &= |[\dot{\vec{r}}(\psi), \dot{\vec{r}}'(\psi)d\psi]| = |[\dot{\vec{r}}(\psi), \dot{\vec{r}}'(\psi)]|d\psi = \\ &= \begin{vmatrix} a\cos\psi - c & b\sin\psi \\ -a\sin\psi & b\cos\psi \end{vmatrix} d\psi = (ab - bc\cos\psi)d\psi = \\ &= ab(1 - e\cos\psi)d\psi. \end{aligned}$$

В силу второго закона Кеплера $dS = k \cdot dt$, поэтому $dt = C \cdot (1 - e\cos\psi)d\psi$.

Интегрируя, получим

$$t = C \cdot \int_0^\psi (1 - e\cos\psi)d\psi = C \cdot (\psi - e\sin\psi).$$

Чтобы найти коэффициент C , воспользуемся условием, что при $\psi = 2\pi$ время $t = T_0$, и получим $T_0 = C(2\pi - e\sin 2\pi) = 2\pi C$.

Отсюда окончательно $t = \frac{T_0}{2\pi}(\psi - e\sin\psi)$.

Кроме того, с движением Земли по своей орбите вокруг Солнца связано видимое движение Солнца относительно звезд. Введем несколько понятий для небесной сферы. Для этого поместим наблюдателя в какую-нибудь точку Земли. Что видит наблюдатель? Небесную сферу, которая вращается около оси мира. Ось мира пересекает небесную сферу в двух точках: северном и южном полюсах мира. Большой круг небесной сферы, плоскость которого перпендикулярна оси мира, называется небесным экватором (рис. 2). Экватор делит небесную сферу на северное и южное полушария. Для наглядности можно считать, что ось мира совпадает с



Рис. 2

осью вращения Земли, а северный полюс мира – с Полярной звездой.

Если наблюдатель находится в северном полушарии Земли, он может видеть все северное полушарие, а также часть южного полушария небесной сферы. Жители Австралии видят полностью южный свод небес и часть северного, а вот наблюдатели на экваторе могут увидеть все звездное небо, за исключением Полярной звезды и южного полюса мира. Большой полукруг небесной сферы, проходящий через зенит, то есть точку строго над головой нашего наблюдателя, и соединяющий полюсы мира, называется меридианом наблюдателя. Все звезды и Солнце восходят на востоке, после чего их высота увеличивается до момента прохождения через меридиан наблюдателя, а затем уменьшается вплоть до захода на западе.

Рассмотрим Землю с наблюдателем на ней, а также Солнце как материальные точки. Зафиксируем небесную сферу со звездами и Солнце в центре этой сферы. Пусть орбита Земли представляет собой эллипс внутри небесной сферы. Наблюдатель, находящийся на Земле, видит, что Солнце движется среди звезд, последовательно проходя на фоне 12 зодиакальных созвездий гороскопа в восточном направлении со скоростью около 1° в сутки и возвращаясь в исходное положение через год. Траектория этого движения представляет собой большой круг, называемый эклипстикой. Эклиптика наклонена к плоскости небесного экватора под углом $23;5$ и пересекается с ним в двух точках: весеннего и осеннего равноденствий. Точка весеннего равноденствия та, в которой Солнце переходит из южного полушария в северное. В точке осеннего равноденствия Солнце переходит из северного полушария в южное. Точки эклиптики, отстоящие от точек равноденствия на 90° , называются точкой летнего (в северном полушарии) и точкой зимнего солнцестояния (в южном полушарии). Наклон эклиптики связан с наклоном оси вращения Земли к плоскости орбиты и в точности равен углу между этой осью и нормалью к плоскости орбиты.

Одно из важнейших понятий календаря – год, это то время, которое требуется Земле, чтобы совершить полный оборот по своей орбите. Точнее, в основе современного календаря лежит тропический год – промежуток времени между двумя последовательными прохождениями центра Солнца через точку весеннего равноденствия.

Точка весеннего равноденствия не приходится на одну точку орбиты Земли и меняется с каждым годом. Это связано с тем, что длина тропического года, равная 365,2422 суток (подробнее об этом позже), не совпадает с аномалистическим годом, то есть промежуток вре-

мени между двумя прохождениями Земли через перигелий, равным 365,25964 суток.

За начало тропического года, по предложению Бесселя, берется момент, когда средняя эклиптическая долгота Солнца, уменьшенная на постоянную абберрацию (феномена, когда движущийся наблюдатель видит светило в ином направлении, чем если бы он находился в покое), равна 280° . Момент начала бесселева года близок к началу суток 1 января, но каждый раз немного отличается, так как тропический год содержит 365,2422 суток, а календарный – 365 или 366 суток.

Даты в тропическом году обозначаются не числами месяцев, а частью года, прошедшего от начала тропического года до рассматриваемого момента. Аналогично можно даты календарного года выражать в его долях. Так, начало тропического года в 1900 году (то есть 1900,0) приходилось на январь 0,8135 Всемирного времени (примерно $19^h 52^m$ 1 января Всемирного времени, см. ниже), а начало тропического года 2000,0 придется на 0,0334 Всемирного времени.

ВРАЩЕНИЕ ЗЕМЛИ ОКОЛО СВОЕЙ ОСИ

Изучив вращение Земли вокруг Солнца, перейдем к гораздо более сложному вопросу – вращению Земли около своей оси.

Начнем наше рассмотрение с оси, около которой вращается Земля и которая называется осью вращения. Вследствие возмущающего действия, оказываемого телами Солнечной системы, ось вращения Земли совершает очень сложное движение. Прежде всего она медленно описывает конус, оставаясь наклоненной к плоскости движения Земли под углом около $66;5$. Это движение земной оси называется прецессионным или прецессией, период его около 26 000 лет. Кроме того, ось вращения Земли совершает мелкие колебания около своего среднего положения с периодом 18,6 года. Эти колебания называются нутацией и связаны с влиянием притяжения Луны на земной эллипсоид. Так, в 2000 году угол наклона составит $66^\circ 33' 37;5$. Ось вращения не сохраняет постоянного положения не только в пространстве, но и в теле Земли: наблюдается так называемое эйлерово движение полюсов с амплитудой до $0;5$.

Все эти колебания либо слабы, либо растянуты по времени, поэтому можно считать, что ось вращения Земли сохраняет постоянное направление в пространстве и наклонена к плоскости орбиты под постоянным углом. Хорошо известно, что из-за этого наклона происходят смена времен года и изменение продолжительности дня и ночи. Действительно, изменение расстояния Земли от Солнца в течение года весьма незначительно, поэтому вся Земля в целом получает одинаковое коли-

чество тепла (точнее, в перигелии на 7% больше, чем в афелии). Вместе с тем 22 декабря в течение 1 часа Москва получает в 4,5 раза меньше тепла от солнечных лучей, чем в течение 1 часа 22 июня.

Разобравшись с осью вращения, перейдем к скорости вращения нашей планеты. Нас не будет интересовать феномен замедления этого вращения, связанный с влиянием Луны и приливным трением на Земле, поскольку тот промежуток времени, который нас интересует, — десяток веков развития человечества — несоизмерим со временем, на протяжении которого этот эффект может ярко проявиться. Мы также не будем учитывать и спонтанные колебания длины суток, которые имеют место и происходят из-за геофизических явлений, перемещения воздушных масс и т.д. К тому же эти колебания весьма незначительны, и о них мы поговорим позже.

Будем считать, что скорость вращения Земли около своей оси постоянна и равна $15,041 \text{ с}^{-1}$. Вот здесь самое время остановиться и поговорить, как измеряется время.

ВРЕМЯ В АСТРОНОМИИ

Пойдем по стопам Птолемея и будем считать, что Земля — это неподвижный центр Вселенной, вокруг которого вращаются небесный свод, Солнце и другие планеты. Начнем с небесного свода.

Что видит наблюдатель, стоящий, допустим, в Уфе? Каждый день зимой и летом он видит одну картину: через строго определенные промежутки времени одни и те же звезды появляются из-за горизонта и проходят над его головой по одним строго определенным маршрутам.

Если отвлечься от Птолемея, понятно, что это происходит из-за вращения Земли около своей оси. Выберем звезду, которая в какой-то момент времени оказалась в зените. Время, которое требуется звезде, чтобы совершить один оборот и вернуться в зенит, называется звездными сутками.

Вернемся к Птолемею и посмотрим за Солнцем: интервал между двумя последовательными прохождениями Солнца через меридиан наблюдателя называется истинными солнечными сутками. Вполне наглядно истинные солнечные сутки можно представить как промежуток времени между двумя положениями Солнца, когда любой предмет на Земле отбрасывает самую короткую тень.

Вследствие того что истинное Солнце движется не по экватору, а по эклиптике и с переменной скоростью, истинное солнечное время неравномерно, а продолжительность истинных солнечных суток не является постоянной величиной в течение года: зимой она больше, чем летом. Поэтому в рассмотрение вводят средние

солнечные сутки, которые являются средним значением истинных солнечных суток и формально определяются как сутки воображаемой точки, которая движется не по эклиптике, а по небесному экватору и называется средним экваториальным Солнцем.

Заметим, что звездные и солнечные сутки различны. Действительно, за звездные сутки наблюдатель O вместе с Землей повернется на 360° и перейдет из точки O_1 в точку O_2 (рис. 3). Однако, чтобы промежуток времени равнялся солнечным суткам, Земля Z должна повернуться настолько, чтобы наблюдатель оказался в положении O_3 , где Солнце C снова находится на меридиане наблюдателя. Поскольку радиус-вектор Земли $СЗ$ поворачивается за сутки примерно на 1° , а Земля вращается с угловой скоростью около 1° за 4 минуты, то звездные сутки примерно на 4 минуты короче, чем средние солнечные сутки.

Поэтому тропический год содержит 365,2422 средних солнечных суток или 366,2422 звездных суток.

Осталось лишь понять, в какой момент начинается отсчет суток. За начало средних солнечных суток на данном меридиане принимается момент пересечения центром мнимого Солнца невидимой части небесного меридиана — средняя полночь. Через 12 часов Солнце максимально поднимется над горизонтом — наступит время среднего полдня. Время, прошедшее от средней полночи и выраженное в часах, минутах, секундах и т.д., называется местным средним солнечным временем.

Местное среднее солнечное время гринвичского меридиана называется Всемирным временем и обозначается UT (Universal Time). Аналогично на основе звездных суток вводится звездное время.

Заметим также, что Всемирное время не является равномерным из-за неравномерного вращения Земли вокруг своей оси. Поэтому рассматривают также абстрактное равномерное время, которое фигурирует как независимая переменная t в формулах небесной механики. Продолжительность секунды этого равномерного

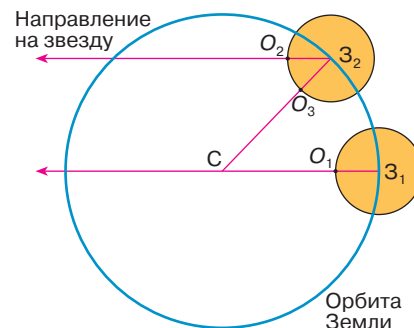


Рис. 3

времени, называемого эфемеридным временем и обозначаемого ET (Ephemeris Time), равна продолжительности секунды Всемирного времени, которое было измерено 1900,0 (то есть 1 января 1900 года) в 12^h UT. Она оказалась равной $1/31\,556\,925,9747$ тропического года. Так как сейчас происходит общее замедление вращения Земли, то Всемирное время неуклонно отстает от эфемеридного. Так, в 1977 году это отставание было 48 секунд, а к 1981 году увеличилось до 52 секунд.

Поскольку в качестве эталона времени используются атомные цезиевые часы, существует и международное атомное время, но секунда в нем совпадает с эфемеридной секундой.

Конечно, в быту мы не используем ни Всемирного, ни местного среднего солнечного времени. Целым поясам земной поверхности шириной $15^\circ = 1^h$ присваивают среднее солнечное время меридианов, проходящих посередине этих поясов. Это время называется поясным, оно установлено на часах большинства жителей Земли. Чем ближе к границе часового пояса, тем более разность поясного времени. Так, московское поясное время на 1 час больше средневропейского, хотя, скажем, разность долгот Москвы и Берлина $25^\circ = 1,6$ часа. Правда, на территории России с 16 июля 1930 года действует декретное время, которое на 1 час больше поясного. Кроме того, с 1981 года в летний период часы на территории России переводятся еще на один час вперед по сравнению с декретным. Вообще границы часовых поясов в России проходят по административным границам и в некоторых случаях весьма далеки от естественных. Например, разность долгот Уфы и Казани менее 0,5 часа, а административное время между ними 2 часа.

КАЛЕНДАРЬ

Как видно, тропический год состоит из нецелого числа суток, поэтому главная задача при составлении календаря состоит в том, чтобы продолжительность календарного года в среднем за несколько лет была как можно ближе к продолжительности тропического года.

В юлианском календаре (старый стиль), введенном Юлием Цезарем в 46 г. до н.э., это достигалось благодаря следующему правилу: продолжительность года принималась равной 365 суткам, а каждый четвертый год, получивший название високосного, содержал 366 суток, так как в феврале было не 28, а 29 дней.

Таким образом, продолжительность года в юлианском календаре равна 365,25 солнечных суток, что на 0,0078 средних солнечных суток длиннее тропического года. Счет времени юлианскими годами за 128 лет дает расхождение в сутки. Поэтому в 1582 году папа римский Григорий XIII произвел реформу календаря, ко-

торая состояла в том, что после 4 октября 1582 года наступило 15 октября 1582 года. Этим устранилось расхождение в 10 суток, которое накопилось с 325 года, когда на Никейском соборе были установлены правила празднования религиозных праздников, которые связали с наступлением некоторых естественных событий, например с днем весеннего равноденствия, которое приходилось по этому календарю на 21 марта. Кроме того, все годы, номер которых заканчивается двумя нулями (1700, 1800, 1900), были объявлены невисокосными. Годы, число сотен которых делится на 4 (1600, 2000, 2400), остались високосными.

Таким образом, продолжительность календарного года за 400 лет оказалась равной 365,2425 средних солнечных суток, что только на 0,0003 суток длиннее тропического года. Ошибка в 1 сутки будет накапливаться в течение 3000 лет.

Новая система счета получила название григорианского календаря. В РСФСР новый стиль был введен в 1918 году: после 31 января было объявлено 14 февраля.

Кроме того, существует сквозная нумерация, которая ведется через столетия и называется юлианскими днями JD. Так называются дни, которые считаются от 1 января 4713 года до нашей эры. При этом начало каждого юлианского дня считается в средний гринвичский полдень, то есть в 12^h Всемирного времени. Например, в момент 1990,0 12^h (1 января 1900 года, 12^h по Гринвичу), в который замерялась эфемеридная секунда, начался 2 415 020 юлианский день, то есть $JD = 2\,415\,020$, а для 2000,0 величина $JD = 2\,451\,544$.

ВОСХОД И ЗАХОД СОЛНЦА

Момент пересечения Солнцем горизонта, когда оно переходит из невидимой части небесной сферы в видимую, называется восходом Солнца, а когда оно переходит из видимой части в невидимую — заходом.

Когда мы наблюдаем за Солнцем, кроме всего того, что уже было рассмотрено, необходимо учитывать атмосферу Земли, поскольку она приводит к преломлению световых лучей. Этот эффект называется рефракцией. Величина рефракции зависит прежде всего от высоты Солнца над горизонтом. В зените рефракция равна 0, на горизонте принимается равной 35'. Рефракция увеличивается при понижении температуры и повышении давления.

Последнее, что нужно учитывать при определении восхода и захода тел Солнечной системы, — это параллакс, то есть угол между направлениями, по которым тело видно из центра Земли (именно они даются в таблицах) и из какой-нибудь точки на ее поверхности.

Часовой угол t восхода и заката определяется по формуле

$$\cos t = \frac{\cos(90^\circ + \rho + R - p) - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta},$$

где ρ – рефракция в горизонте, принимаемая равной $35'$, R – угловой радиус светила (для Солнца $16'$), p – горизонтальный параллакс (для Солнца принимают $p = 0$), φ – географическая широта точки наблюдения, δ – склонение светила, то есть угловое расстояние от небесного экватора, измеренное вдоль меридиана. Поэтому для Солнца получаем

$$\cos t = \frac{-\sin 51^\circ - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}.$$

Это уравнение имеет решение, лежащее в промежутке от 0° до 180° , для часового угла захода t_w , и решение, лежащее в промежутке от 180° до 360° , для часового угла восхода t_e . Если к полученным значениям прибавить 12^h , то получим время захода и восхода в системе местного истинного солнечного времени.

Мы качественно описали практически все процессы и явления, которые определяют моменты восхода и захода Солнца. Кроме Земли эта теория применима с большими или меньшими изменениями ко всем планетам Солнечной системы и может быть использована для построения математической модели движения абстрактной планеты вокруг одной звезды. Что касается математического аппарата для описания каждого из воздействий, то он чрезвычайно прост и практически не выходит за рамки школьной геометрии, а поэтому может служить хорошей задачей для исследователя-школьника.

Обращаем внимание, что помимо чисто астрономических параметров орбиты планеты можно учитывать и геометрические – ее форму. Так, Земля ввиду суточного вращения несколько сплюснута у полюсов и представляет собой скорее не шар, а эллипсоид вращения с экваториальным радиусом 6378 км и полярным радиусом 6357 км. Но эллипсоид не совсем точно отражает форму поверхности Земли, так как из-за неравномерного распределения земных масс даже поверхность океана отличается от эллипсоидальной. Поэтому говорят, что земная поверхность является геоидом. В связи с этим требуется уточнение понятия долготы географической точки, но это выходит за рамки нашего рассказа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Астрономический календарь: Постоянная часть. М.: Наука, 1981. 703 с.
2. Рой А. Движение по орбитам. М.: Мир, 1981. 544 с.

Рецензент статьи Л.И. Маневич

* * *

Шамиль Ирикович Цыганов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры и геометрии Башкирского государственного университета. Организатор системы олимпиад и научных обществ школьников и студентов в городе Уфе и Республике Башкортостан. Ведущий научной рубрики в газете «Вечерняя Уфа». Область научных интересов в последние годы – математическое образование, работа с одаренными детьми, популяризация науки. Автор более 60 научных публикаций, из них 22 учебных пособий.